

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

# **POISTENIE AKCIOVÉHO PORTFÓLIA**

Bakalárska práca

2022

Martin Výboh

UNIVERZITA KOMENSKÉHO V BRATISLAVE  
FAKULTA MATEMATIKY, FYZIKY A INFORMATIKY

## POISTENIE AKCIOVÉHO PORTFÓLIA

Bakalárska práca

Študijný program: Poistná matematika  
Študijný odbor: 1113 Matematika  
Školiace pracovisko: Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
Vedúci: Mgr. Matúš Padyšák

**Bratislava, 2022**

**Martin Výboh**



Univerzita Komenského v Bratislave  
Fakulta matematiky, fyziky a informatiky

---

## ZADANIE ZÁVEREČNEJ PRÁCE

**Meno a priezvisko študenta:** Martin Výboh  
**Študijný program:** poisťná matematika (Jednoodborové štúdium, bakalársky I. st., denná forma)  
**Študijný odbor:** matematika  
**Typ záverečnej práce:** bakalárska  
**Jazyk záverečnej práce:** slovenský  
**Sekundárny jazyk:** anglický

**Názov:** Poistenie akciového portfólia  
*Insurance of equity portfolio*

**Anotácia:** Akciové trhy v dlhodobom horizonte poskytujú väčšie výnosy v porovnaní s dlhopisovým trhom, ale budúce peňažné toky sú menej predpovedateľné a veľké prepady hodnoty pomerne bežné. Investorov prirodzene zaujímajú možnosti ako počas kríz čo najlepšie ochrániť svoje portfólia. V praxi je možné použiť deriváty, iné typy aktív, ako napríklad dlhopisy, ale aj použiť rôzne štatistické metódy a na základe nich upraviť alokáciu. Na trhu existuje veľa možností ako poistiť akciové portfólio voči rôznym turbulenciám, avšak prirodzene, rovnako ako pri klasickom poistení, by sme mali očakávať, že budeme musieť zaplatiť poisťné. Napríklad aktíva, ktoré majú podľa štatistického modelu nižšiu citlivosť na prepady či neistotu, môžu byť dlhodobo menej výnosné v porovnaní s akciovým trhom ako celkom.

**Vedúci:** Mgr. Matúš Padyšák  
**Katedra:** FMFI.KAMŠ - Katedra aplikovanej matematiky a štatistiky  
**Vedúci katedry:** prof. RNDr. Marek Fila, DrSc.  
**Dátum zadania:** 27.09.2021

**Dátum schválenia:** 07.10.2021

doc. RNDr. Katarína Janková, CSc.  
garant študijného programu

.....  
študent

.....  
vedúci práce

# Abstrakt

Táto záverečná práca sa zaoberá poistením akciového portfólia. Jej cieľom je opísať nástroje finančných trhov využívané pri ochrane investície pred poklesom hodnoty, prezentovať aktuálne trendy a nedávne pokroky v tejto disciplíne a zostrojiť aktívne spravované modelové portfóliá s využitím predstavených metód. Pri tvorbe portfólií sa využívajú dáta z rokov 2012 až 2021 z webovej stránky Yahoo!Finance, z dátového sídla burzy NASDAQ – Nasdaq Data Link, z knižnice faktorového investovania spoločnosti Alpha Architect a z webového sídla World Gold Council. Čistenie dát sa vykonáva v Microsoft Excel, v prípade zložitejšie štrukturovaných dát v štatistickom softvéri R s využitím balíka `tidyverse` určeného pre dátovú vedu. Kalibrácia, správa portfólií a vizualizácie sú uskutočnené v softvéri R s použitím balíkov `quantmod` a `riskParityPortfolio`. Výkonnosť nástrojov je porovnávaná v tabulkovej aj grafickej podobe.

*Kľúčové slová:* akciové portfólio, riadenie portfólia, poistenie portfólia, risk parita, investovanie, poistenie portfólia konštantným pomerom.

# Abstract

This bachelor thesis deals with insurance of equity portfolio. The aim of this thesis is to describe instruments of financial markets used to protect investments from decline in value, to present relevant trends and recent advances in this field, and to construct actively managed model portfolios by employing afore introduced methods. Portfolios are constructed with data from 2012 to 2021 from website Yahoo!Finance, NASDAQ's Nasdaq Data Link, the Alpha Architect factor investing data library and from the World Gold Council's web page. Data cleaning is performed in Microsoft Excel, complex cases are cleaned separately in statistical software R with `tidyverse` data science package. Calibration and management of portfolios and visualisations are implemented in R by utilizing packages `quantmod` and `riskParityPortfolio`. Performance of the instruments is compared in tabular and graphical form.

*Keywords:* equity portfolio, portfolio management, smart beta, risk parity, factor investing, constant proportion portfolio insurance.

# Predhovor

Túto tému bakalárskej práce som si zvolil predovšetkým kvôli môjmu záujmu o skúmanú problematiku. Dovolila mi prehĺbiť moje znalosti v oblasti finančných trhov a kvantového investovania a zároveň ich skombinovať so znalosťami finančnej matematiky, štatistiky a poisťovníctva nadobudnutými počas môjho bakalárskeho štúdia. Mohol som si sám vyskúšať aplikovať postupy bežne využívané veľkými spoločnosťami pôsobiacimi v oblasti správy portfólií na reálne dáta. Rovnako mi výskum umožnil zdokonaľiť sa v používaní štatistického softvéru R a v písaní výskumných prác v softvéri TeXstudio. Téma ochrany portfólia pred rizikom straty hodnoty je vo vytrvalo sa rozvíjajúcom svete investícií stále aktuálna. Ciele vytýčené na počiatku výskumu som splnil dostatočne.

Touto cestou by som rád poďakoval vedúcemu práce Mgr. Matúšovi Padyšákovi za jeho vedenie a nespočetne veľa cenných postrehov a pripomienok, ktoré mi odovzdával počas písania tejto bakalárskej práce. Rovnako ďakujem svojej rodine a priateľom za ich trpezlivosť a podporu.

# Obsah

Úvod	7
<b>1 Teoretické základy práce</b>	<b>8</b>
1.1 Aktíva zamedzujúce poklesu hodnoty portfólia . . . . .	8
1.2 Trhové indexy a exchange-traded funds . . . . .	9
1.3 Moderná teória portfólia . . . . .	12
1.4 Capital Asset Pricing Model . . . . .	13
1.5 Semibeta . . . . .	15
1.6 VIX beta . . . . .	16
1.7 Faktorové investovanie . . . . .	17
1.8 Risk parita . . . . .	22
1.9 Poistenie portfólia konštantným pomerom . . . . .	25
<b>2 Metodika práce</b>	<b>27</b>
2.1 Použité balíky zo softvéra R . . . . .	27
2.2 Dáta, postupy a metódy . . . . .	28
<b>3 Výsledky práce</b>	<b>33</b>
Záver	38
Zoznam použitej literatúry	39
Prílohy	

# Úvod

Akciové portfóliá sú neoddeliteľnou súčasťou fungovania finančného sveta. Problematika poistenia výnosov týchto portfólií pred prepadmi sa bytostne týka všetkých inštitúcií pôsobiacich vo finančnom sektore. Táto téma nezasahuje len veľké finančné domy ako banky, poisťovne, penzijné fondy, či správcovské spoločnosti, ale aj bežného človeka. Len v Slovenskej republike vlastnili domácnosti ku koncu roka 2021 podielové listy v hodnote 6,9 miliardy eur v investičných fondoch [42]. Penzijné fondy spravovali v rovnakom roku v druhom a treťom pilieri vklady sporiteľov v celkovej hodnote 15,03 miliárd eur [43]. S každým ďalším rokom pribúdajú na finančných trhoch nové výzvy. Spoločnosti spravujúce veľké objemy financií sa preto neustále snažia vylepšovať postupy aplikované pri investovaní a spravovaní portfólií svojich klientov. Aj kvôli tomu by mala byť upriamená na výskum v oblasti kvantitatívneho investovania väčšia pozornosť.

V prvej kapitole práce je stručný prehľad nástrojov finančného trhu, ktoré sa používajú v praxi pri hedžingu (snaha o elimináciu rizika spôsobenú veľkými výkyvmi trhov) a ukážka alternatív k niektorým z nich, ktoré sú dostupné aj pre individuálneho investora. Zhrnieme tu základy modernej teórie portfólia a finančnej matematiky. Predstavíme známe aj menej známe prístupy, ktoré sa využívajú pri zostavovaní a spravovaní portfólia. Spomenieme stratégie ako faktorové investovanie, smart beta, risk parita, či poistenie portfólia konštantným pomerom. Vo viacerých z nich sa uplatňuje pravdepodobnosť a štatistika. V druhej kapitole uvedieme postupy a metódy, ktoré sme využili v praktickej časti výskumu. Zhrnieme použité balíky v štatistickom softvéri R, ukážeme nami naprogramované funkcie v tomto prostredí a predstavíme použité dáta. Praktická tretia kapitola prezentuje výsledky, ktoré boli získané aplikáciou teoretických poznatkov a metód uvedených v prvých dvoch kapitolách práce. V záverečnej časti práce nakoniec zhrnieme naše najdôležitejšie zistenia.



# 1 Teoretické základy práce

V tejto kapitole prezentujeme teoretické východiská, na ktorých sú postavené neskoršie praktické kapitoly našej práce. Najskôr predstavujeme niektoré inštrumenty dostupné na finančných trhoch a spôsoby ich využitia v kontexte zabezpečenia akciového portfólia pred stratou hodnoty. Potom oboznámime čitateľa s Markowitzovou modernou teóriou portfólia a modelom Capital Asset Pricing Model (CAPM), používaným na oceňovanie trhových aktív. Nakoniec spomenieme trhové indexy a exchange-traded funds, ktoré v práci neskôr využijeme.

## 1.1 Aktíva zamedzujúce poklesu hodnoty portfólia

Pod pojmom **cenné papiere s fixným výnosom** (*angl. fixed-income securities*) chápeme finančné nástroje, ktoré sa obchodujú v rozvinutých krajinách a zaručujú ich majiteľovi fixný (presne stanovený) príjem počas vopred určeného časového obdobia [35].

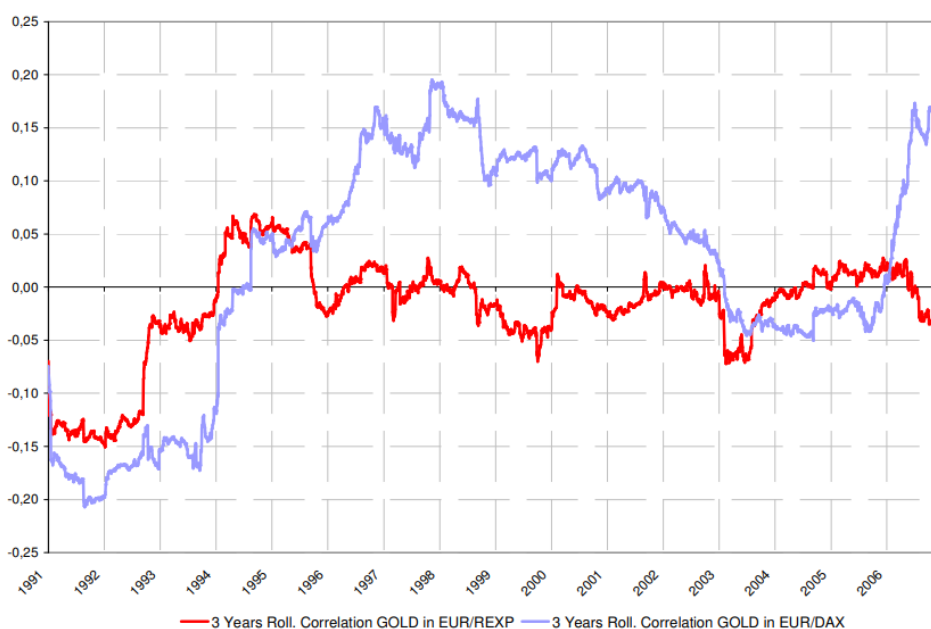
Podľa emitenta cenného papiera ich môžeme deliť na vládne a korporátne. Medzi vládne zaraďujeme štátne pokladničné poukážky (*angl. Treasury bills*), ktorých maximálna doba splatnosti je jeden rok a štátne dlhopisy s maturitou dlhšou ako jeden rok. Najčastejšie sa vyskytujúcim korporátnym cenným papierom je dlhopis. Dlhopisy vieme ďalej deliť aj podľa výplaty kupóna na bezkupónové a kupónové.

Pri skladaní portfólia sa dlhopisy využívajú najmä kvôli svojej nízkej rizikivosti a schopnosti stanoviť hodnotu budúcich peňažných tokov. Investor nákupom týchto aktív očakáva, že pri prepade akcií mu fixné peňažné toky zaručené dlhopismi udržia celkovú hodnotu portfólia na akceptovateľnej úrovni.

Ďalším nástrojom, ktorý sa dá chápať ako určitá forma poistenia je **predajná opcia** (*angl. put option*). Držiteľ predajnej opcie získava právo v stanovenom termíne predat dané cenné papiere [39]. Podľa obdobia, kedy je držiteľ oprávnený odpredať podkladové aktívum poznáme dva druhy predajnej opcie – americkú (právo predat do splatnosti opcie) a európsku (právo predat iba v deň maturity opcie). Kupujúci si obstará tento kontrakt s vopred stanovenou realizačnou cenou (*angl. strike price*) za opčnú prémie kótovanú na burze. Ide o priamu možnosť hedžovať (otvárať opačnú

pozíciu, než držíme momentálne na trhu) podkladové aktívum. Pri raste ceny aktíva klesá výplata opcie. Naopak, pri poklese ceny podkladového nástroja narastá výplata predajnej opcie. Realizačnú cenu môžeme chápať ako poistné plnenie a opčnú prémii ako jednorazové poistné. V praxi je nákup put opcií v prípade vlastníctva veľkého množstva akcií finančne náročný.

**Zlato** je investormi obvykle používané najmä pre nízku koreláciu s inými obchodovanými finančnými aktívami. Výnosy zlata nemajú štatisticky významnú koreláciu so zmenami makroekonomických premenných ako hrubý domáci produkt, inflácia a úrokové miery [31]. Táto vlastnosť robí zo zlata atraktívnu možnosť zabezpečenia portfólia pred prepadom akciových trhov. Problémom tejto komodity je ale nepredvídateľnosť vývoja budúcej hodnoty.



Obr. 1: Vývoj korelácie trojročných výnosov zlata s akciovým indexom DAX (fialová) a dlhopisovým indexom REX (červená) v rokoch 1991 až 2007 (zdroj: [16])

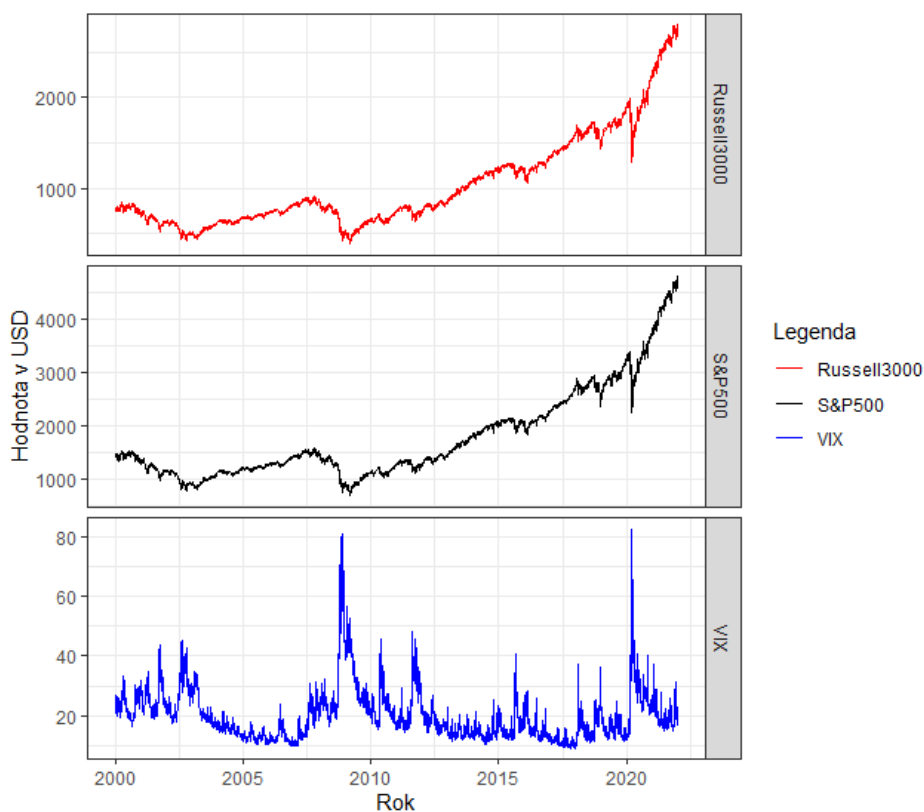
## 1.2 Trhové indexy a exchange-traded funds

V tejto podkapitole prezentujeme indexy, s ktorými budeme pracovať v praktickej časti práce. Rovnako oboznámime čitateľa s pojmom exchange-traded funds. Naše poznatky vychádzajú najmä z metodologických príručiek a iných materiálov dostupných v [12, 13, 19, 20, 51].

Asi najznámejším akciovým indexom je index **S&P 500**. Vzniká z indexu S&P Total Market Index vyňatím 500 najväčších amerických verejne obchodovaných spoločností podľa trhovej kapitalizácie. Váhy subjektov v indexe sú vyrátané rovnako podľa kapitalizácie s prihliadaním na trhové sektory, v ktorých tieto firmy pôsobia. Rebalansovanie indexu prebieha na ročnej báze.

Ďalším podobne zostavovaným indexom je **Russell 3000**, spravovaný spoločnosťou FTSE Russell. Z väčšieho akciového indexu Russell 3000E sa vyberie podľa kapitalizácie 3000 najväčších akcií amerického trhu.

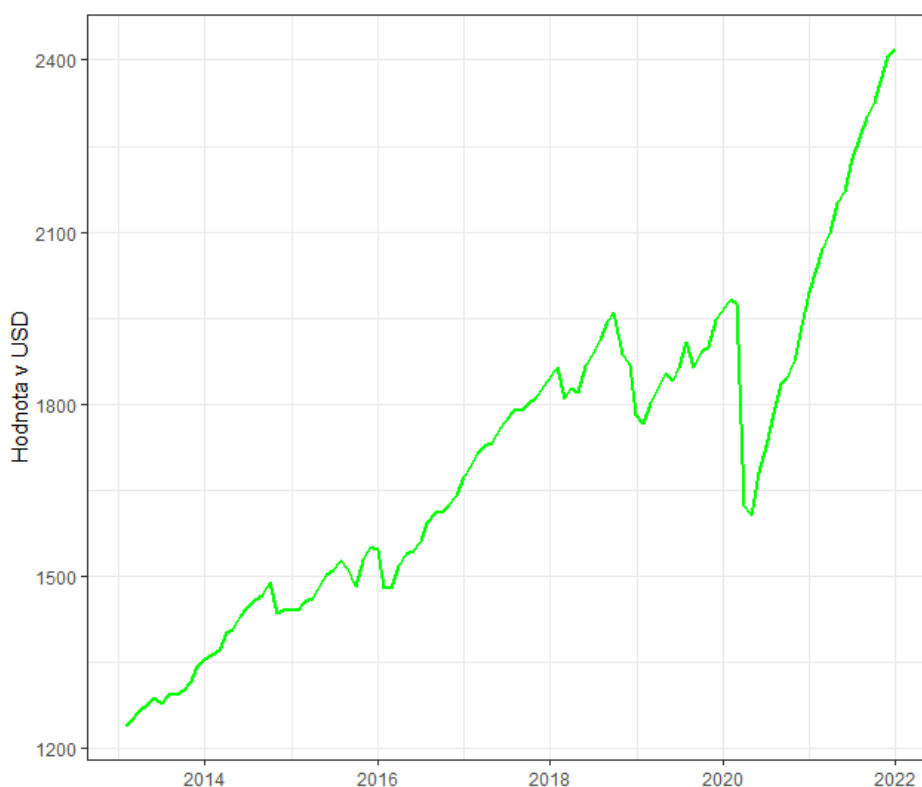
**Chicago Board Options Exchange Volatility Index** (skrátene VIX) je najpopulárnejší ukazovateľ očakávania volatility na americkom akciovom trhu. Je založený na odhade pohybu hodnoty S&P 500 počas najbližších 30 dní. Túto hodnotu index dostáva z údajov o pohybe cien a množstve predaných predajných a kúpnych opcií S&P 500.



Obr. 2: Vývoj hodnôt trhových indexov Russell 3000, S&P 500 a VIX v rokoch 2000 až 2021 (zdroj: dáta z [55], vlastné spracovanie v softvéri R

[50, 54])

**Cboe S&P 500 PutWrite Index**, skrátene PUT, sleduje hodnotu pasívnej investičnej stratégie, pozostávajúcej z predávania predajných opcií na S&P 500. Takto získané peniaze zainvestuje do jedno a trojmesačných amerických štátnych pokladničných poukážok. Predajné opcie majú strike cenu nastavenú čo najbližšie k poslednej cene S&P 500 pred rebalansom. Rebalansuje sa na mesačnej báze, zvyčajne tretí piatok v mesiaci. Nákup PUT indexu môžeme zaradiť do *short volatility* stratégií. Investor hrá proti extrémnemu, chvostovému riziku (*angl. tail risk*), teda nepravdepodobným, ale extrémnym výkyvom trhu. Predaj PUTu, alebo *long volatility* stratégia môže slúžiť ako dobrá pomôcka pre investorov, ktorí nemajú prístup ku opčným burzám, alebo ne disponujú dostatočným kapitálom na obchodovanie s predajnými opciami a chcú replikovať správanie predajných opcií s nízkymi transakčnými poplatkami.



Obr. 3: Vývoj hodnoty indexu Cboe S&P 500 PutWrite Index v rokoch 2013 až 2021 (zdroj: dáta z [13], vlastné spracovanie v softvéri R [50, 54])

**Exchange-traded fund** (skrátene ETF) je fond cenných papierov, ktorý sa môže kupovať a predávať na finančných trhoch [19]. Ide o výborný investičný nástroj mitigácie nesystematického rizika investície za veľmi nízke správne poplatky. Zameranie jednotlivých exchange-traded fondov je rôznorodé. Poznáme napríklad trhové ETF,

tie kopírujú výkonnosť trhových indexov. Sektorové ETF nakupujú akcie z vopred definovaného podnikateľského sektora. Takéto ETF sú zväčša pasívne spravované. Správca portfólia iba kopíruje zloženie indexu, alebo trhový podiel spoločností v sektore. Opačkom je aktívne spravované ETF, ktoré nakupuje aktíva podľa vopred zadefinovanej investičnej stratégie. Správca sa podieľa na rebalanse váh. Podľa typu kupovaných aktív poznáme akciové, dlhopisové, komoditné alebo menové fondy.

### 1.3 Moderná teória portfólia

**Výnos aktíva** definujeme ako:

$$r = \frac{X_1 - X_0}{X_0}, \quad (1)$$

kde  $X_0$  je objem investovaných peňazí v čase 0 a  $X_1$  je objem, ktorý sme obdržali v čase 1. Niekedy môže nastať situácia, kedy chceme porovnať výnosy za rozdielne časové periódy. Ak máme  $k$  periód v jednom kalendárnom roku a výnos aktíva počas  $k$ -tej periódy  $r$ , **anualizovaný výnos aktíva** dostaneme zo vzťahu:

$$\mathbf{r} = (1 + r)^k - 1. \quad (2)$$

V prípade, že vlastníme  $n$  aktív, môžeme zostrojiť z týchto aktív ich portfólio. Počiatočný kapitál  $X_0$  medzi ne rozdelíme tak, že  $X_0 = \sum_{i=1}^n X_{0i}$ . Objem alokovaný pre  $i$ -te aktívum vieme vyjadriť pomocou váh, ktoré označíme  $w_i$  pre  $i$ -te aktívum tak, že:

$$X_{0i} = w_i X_0. \quad (3)$$

Je zrejmé, že  $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ . Celkový výnos portfólia  $r$  je potom vážený priemer výnosov individuálnych aktív:

$$r = \sum_{i=1}^n w_i r_i. \quad (4)$$

Pri skúmaní budúcich výnosov akcií nevieme presne určiť ako výnosná investícia bude. Výnos je teda náhodná premenná a jeho správanie môžeme sledovať pomocou znalostí z pravdepodobnosti a štatistiky. Najčastejšie sledované charakteristiky náhodnej premennej budú očakávaná hodnota  $E[r] \triangleq \bar{r}$ , variancia  $\sigma$  a kovariancia výnosov  $\sigma_{i,j}$ . Ich rigoróznnej definícií sa podrobne venuje napríklad [28].

Prirodzene, investor chce maximalizovať budúce výnosy a minimalizovať riziko (varianciu) portfólia. V roku 1952 Harry Markowitz položil základy modernej teórie portfólia. Ak si zafixujeme očakávaný výnos portfólia  $\bar{r}_p$  a minimalizujeme varianciu  $\sigma_p$  dostávame **Markowitzov problém** [38, 39]:

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_{i,j} \\ & \sum_{i=1}^n w_i \bar{r}_i = \bar{r}_p \\ & \sum_{i=1}^n w_i = 1, \end{aligned} \tag{5}$$

kde  $n$  je počet aktív v portfóliu,  $r_i$  sú výnosy jednotlivých aktív,  $\bar{r}_i$  sú ich stredné hodnoty,  $\sigma_{i,j}$  kovariancie  $i$ -teho a  $j$ -teho aktíva a  $w_i$  váhy jednotlivých aktív. Ak platí, že:

- $r_i$  sú lineárne nezávislé,
- $\exists$  dve aktíva také, že  $\bar{r}_i \neq \bar{r}_j$ ,

tak Markowitzov problém má práve jedno riešenie.

Nasledujúce dve tvrdenia sú potrebné pre teóriu predstavovanú v ďalšej podkapitole. Náčrt dôkazov je k nahliadnutiu v [35].

**Veta 1. (*Veta o dvoch fondoch*)** *Vieme nájsť dve optimálne portfólia (riešenia Markowitzovho problému) tak, že ľubovoľné ďalšie optimálne portfólio vznikne ako lineárna kombinácia týchto dvoch [35].*

Z tohto tvrdenia vyplýva dôsledok, že dva fondy dokážu uspokojiť potreby akéhokoľvek investora.

**Veta 2. (*Veta o jednom fonde*)** *Existuje práve jeden fond rizikových aktív  $F$  taký, že každé optimálne portfólio vieme zostrojiť ako kombináciu fondu  $F$  a bezrizikového aktíva [35].*

## 1.4 Capital Asset Pricing Model

**Capital Asset Pricing Model** (skrátene CAPM) je najznámejším modelom oceňujúcim aktíva. Logicky nadväzuje na Markowitzovu modernú teóriu portfólia. Priekopníkmi sú Lintner [34], Mossin [41] a Sharpe [52]. V kapitole čerpáme z [35, 39].

Capital Asset Pricing Model pracuje s nasledovnými predpokladmi:

- o všetci účastníci trhu chcú vlastniť portfólio, ktoré je riešením Markowitzovho problému,
- o každý má rovnaké informácie o obchodovaných aktívach,
- o všetky aktíva majú rovnakú pravdepodobnostnú štruktúru, teda všetci účastníci trhu priradia výnosom aktív rovnaký priemerný výnos, rozptyl a kovarianciu,
- o existuje bezrizikové aktívum, ktoré si môžu účastníci neobmedzene nakúpiť a neobmedzene si z neho požičať,
- o trh nemá transakčné poplatky.

Z vety o jednom fonde a z vyššie uvedených predpokladov vieme, že každý investor bude nakupovať rovnako zložený fond rizikových aktív. Investori môžu neobmedzene predávať alebo nakupovať bezrizikové aktívum. Konkrétne rozloženie daných dvoch investícií závisí od rizikového apetítu individuálneho investora. Fond rizikových aktív je súborom všetkých aktív dostupných na trhu (*angl. market portfolio*). Váha  $i$ -teho aktíva  $w_i$  v trhovom portfóliu je podiel kapitálu portfólia, ktorý je investovaný do daného aktíva.

Množina všetkých optimálnych portfólií leží na polpriamke, ktorá sa nazýva **Capital Market Line**. Je vyjadrená vzťahom:

$$\bar{r} = r_f + \sigma \frac{\bar{r}_M - r_f}{\sigma_M}, \quad (6)$$

kde  $\bar{r}_M$  je očakávaný výnos trhu,  $\sigma_M$  je volatilita trhu,  $\bar{r}$  je očakávaný výnos aktíva a  $\sigma$  je jeho volatilita. V ďalšom kroku považujeme za dôležité uviesť nasledovnú zásadnú vetu. Jej dôkazu sa nebudeme venovať, je možné ho nájsť napríklad v [35, 39].

**Veta 3.** *Ak je trhové portfólio  $M$  efektívne, tak očakávaný výnos  $\bar{r}_i$  pre každé aktívum splňa rovnicu:*

$$\bar{r}_i = r_f + \beta_i(\bar{r}_M - r_f), \quad (7)$$

kde

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2}. \quad (8)$$

Túto rovnicu nazývame aj **Security Market Line**.

Z Vety 3 je veľmi často používaný člen  $\beta$ . Vyjadruje volatilitu aktíva v porovnaní s trhom. Je teda celkom zrejmé, že ak  $\beta = 1$ , tak aktívum sa na trhu hýbe rovnako ako trh. V praxi ide o veľmi zriedkavý jav. Vo všeobecnosti, vysokú  $\beta$  majú agresívnejšie, zadĺžené alebo špekulatívne spoločnosti. Naopak, nízku hodnotu  $\beta$  očakávame najmä pri konzervatívnych spoločnostiach. Podobnú výšku  $\beta$  majú aj firmy pôsobiace v rovnakom sektore [35].

Zapíšme náhodný výnos aktíva  $i$  ako:

$$r_i = r_f + \beta_i(r_M - r_f) + \epsilon_i. \quad (9)$$

Z Vety 3 vyplýva, že  $E[\epsilon_i] = 0$ . Rovnako z nej je  $\text{cov}[\epsilon_i, r_M] = 0$ . Disperziu aktíva  $i$  potom môžeme zapísať:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \text{Var}(\epsilon_i). \quad (10)$$

Člen  $\beta_i^2 \sigma_M^2$  nazývame **systematické riziko**. Toto riziko súvisí s trhom, nemožno ho znížiť diverzifikáciou. Každé aktívum s  $\beta \neq 0$  ho so sebou prináša.  $\text{Var}(\epsilon_i)$  je **nesystematické** alebo aj **špecifické riziko**. Toto riziko je možné znížiť diverzifikáciou.

## 1.5 Semibeta

Model CAPM v mnohých prípadoch neposkytuje dostatočnú informáciu o oceňovaných aktívach a je príliš jednoduchý. Investora nutne nemusí zaujímať variancia výnosu aktíva v každom okamihu sledovanej periódy. Niekedy je averzný iba voči krízovej volatilitate (*angl. downside volatility*), alebo naopak chce skúmať varianciu výnosov v býčom trhu (rastúcom trhovom trende). Výskumy volia viaceré prístupy k tejto problematike. V literatúre sa môžeme stretnúť s tzv. inteligentnými betami (*angl. smart betas*). Medzi ne sa radí aj rozklad premennej  $\beta$  na štyri zložky, semibety, podľa teórie v [9, 10], ktorej sa venujeme v tejto podkapitole.

Definujme **podmienené výnosy aktíva  $i$**  ako:

$$\begin{aligned} r_i^+ &= \max(r_i, 0), \\ r_i^- &= \min(r_i, 0), \end{aligned} \quad (11)$$

kde  $r_i$  sú výnosy aktíva v čase  $i$ .



Ďalej, zdefinujme **odhad semibety aktíva v  $i$ -tom roku** ako:

$$\begin{aligned}
\hat{\beta}_i^{\mathcal{N}} &= \frac{\sum_{j=1}^n r_j^- r_{M,j}^-}{\sum_{j=1}^n r_{M,j}^2}, \\
\hat{\beta}_i^{\mathcal{P}} &= \frac{\sum_{j=1}^n r_j^+ r_{M,j}^+}{\sum_{j=1}^n r_{M,j}^2}, \\
\hat{\beta}_i^{\mathcal{M}^+} &= \frac{-\sum_{j=1}^n r_j^- r_{M,j}^+}{\sum_{j=1}^n r_{M,j}^2}, \\
\hat{\beta}_i^{\mathcal{M}^-} &= \frac{-\sum_{j=1}^n r_j^+ r_{M,j}^-}{\sum_{j=1}^n r_{M,j}^2},
\end{aligned} \tag{12}$$

kde  $r_M$  označuje výnosy trhu,  $r$  označuje výnos ľubovoľného aktíva a  $n$  počet obchodných dní v danom kalendárnom roku  $i$ . Opačné znamienko je v odhadoch použité iba pre ľahšiu interpretáciu. Podľa [10], odhad  $\beta_i$  sa potom rovná:

$$\hat{\beta}_i = \frac{\sum_{j=1}^n r_j r_{M,j}}{\sum_{j=1}^n r_{M,j}^2} = \hat{\beta}_i^{\mathcal{N}} + \hat{\beta}_i^{\mathcal{P}} - \hat{\beta}_i^{\mathcal{M}^+} - \hat{\beta}_i^{\mathcal{M}^-}. \tag{13}$$

Barndorff-Nielsen a Shephard [8] a Bollerslev, Patton, Li, a Quaedly [9] ukázali, že pre  $n \rightarrow \infty$  sú odhady predstavené v rovniciach (12) a (13) konzistentnými odhadmi premenných  $\beta_i^{\mathcal{N}}, \beta_i^{\mathcal{P}}, -\beta_i^{\mathcal{M}^+}, -\beta_i^{\mathcal{M}^-}$  a  $\beta_i$  ak sú tieto premenné rátané z výnosov aktív zbieraných viackrát počas dňa. Z dôvodu nižšej granularity v dátach z verejne bezplatne dostupných zdrojov ale uvažujeme odhady z denných výnosov.

Podľa poznatkov z [10], by sme pri zostavovaní portfólia mali pracovať iba s dvomi semibetami. Z výskumu má  $\beta^{\mathcal{N}}$  portfólio anualizovaný výnos nad bezrizikovú mieru 23 % a  $\beta^{\mathcal{M}^-}$  portfólio -9 %, zatiaľ čo tradičné  $\beta$  4 %. Výskum sa ale nezamerá na výkonnosť pri prepade akciových trhov. Z teórie a v kontexte poistenia akciového portfólia sa javí ako prirodzené zamerať sa vo výskume práve na hodnoty  $\beta^{\mathcal{M}^-}$  a  $\beta^{\mathcal{N}}$ , ktoré sledujú správanie podkladového aktíva pri zápornom výnose trhu.

## 1.6 VIX beta

Index VIX je považovaný aj za index strachu. Na Obrázku 2 jeho vývoj dobre zachytáva sentiment investorov počas všetkých hospodárskych kríz a prepádov akciových trhov (rastie, keď výnosy akciových indexov klesajú a klesá, keď akcie rastú). Preto použijeme VIX v kombinácii s premennou  $\beta$  známou z modelu CAPM a vytvoríme ďalšiu inteligentnú betu, ktorá môže vykazovať dobré vlastnosti pri poisťovaní akciového portfólia.

Definujme podmienené výnosy aktíva v čase  $i$  za podmienky, že index VIX rástol nasledovne:

$$r_i^{VIX+} = \begin{cases} r_i & \text{ak } r_{V,i} > 0 \\ 0 & \text{ak } r_{V,i} \leq 0, \end{cases} \quad (14)$$

a podobne, keď VIX klesal:

$$r_i^{VIX-} = \begin{cases} r_i & \text{ak } r_{V,i} < 0 \\ 0 & \text{ak } r_{V,i} \geq 0, \end{cases} \quad (15)$$

kde  $r_{V,i}$  je výnos indexu VIX v čase  $i$ . Z podmienených výnosov potom definujeme premenné  $\beta^{VIX+}$  a  $\beta^{VIX-}$  ako:

$$\beta_i^{VIX+} = \frac{\text{Cov}(r_i^{VIX+}, r_{V,i}^+)}{\text{Var}(r_{V,i}^+)}, \quad (16)$$

analogicky:

$$\beta_i^{VIX-} = \frac{\text{Cov}(r_i^{VIX-}, r_{V,i}^-)}{\text{Var}(r_{V,i}^-)}, \quad (17)$$

kde  $r_{V,i}^+$  a  $r_{V,i}^-$  označujú podmienené výnosy ukazovateľa VIX podľa definície (11),  $r_i^{VIX+}$  a  $r_i^{VIX-}$  označujú podmienené výnosy sledovaného aktíva v zmysle definície (14), resp. (15).

## 1.7 Faktorové investovanie

V roku 1992 uverejnili Eugene Fama a Kenneth French prelomový článok, ktorý položil základy toho, čo dnes voláme Fama-French trojfaktorový model. Ten tvrdí, že výnosy aktíva neovplyvňuje len trhové riziko známe z CAPM, ale aj veľkostné riziko (*angl. size risk*) a faktor rizika hodnoty spoločnosti (*angl. value risk*) [17]. Z týchto myšlienok neskôr vzišiel aj Fama-French päťfaktorový model a faktorové investovanie. To sa snaží pomocou merateľných kvalít spoločnosti (faktorov) vysvetliť rozdiely v cenách aktív. V tejto kapitole predstavíme tie faktory, ktoré v recesiách dosahovali pozitívne výnosy. S nimi budeme pri vytváraní poistného portfólia pracovať.

**Faktor QMJ** (*angl. quality minus junk*), v doslovnom preklade kvalita mínus odpad, nakupuje tie akcie, ktoré vykazujú dobré finančné výsledky a naopak, predáva finančne nezdravé spoločnosti. **Výnos QMJ faktora** sa počíta ako [7]:

$$\begin{aligned} \text{QMJ} &= \frac{1}{2}(\text{SmallQuality} + \text{BigQuality}) - \frac{1}{2}(\text{SmallJunk} + \text{BigJunk}) \\ &= \frac{1}{2}(\text{SmallQuality} - \text{SmallJunk}) + \frac{1}{2}(\text{BigQuality} - \text{BigJunk}), \end{aligned} \quad (18)$$

kde portfóliá SmallQuality a BigQuality sú výnosy kvalitných portfólií a SmallJunk a BigJunk sú výnosy nekvalitných portfólií. Tieto portfóliá sa zostavia tak, že najskôr rozdelíme všetky dostupné aktíva na dve časti (Small a Big) podľa trhovej kapitalizácie. Následne tieto dve množiny rozdelíme podľa nasledovných ukazovateľov na kvalitné a nekvalitné:

- ziskovosť (*angl. profitability*),
- rast (*angl. growth*),
- istota (*angl. safety*).

Do výpočtu ziskovosti pre jednotlivé spoločnosti vstupujú hrubé zisky ku všetkým aktívam (*angl. gross profits over assets – GPOA*), návratnosť kapitálu (*angl. return on equity – ROE*), návratnosť aktív (*angl. return on assets – ROA*), peňažné toky ku aktívam (*angl. cash flow over assets – CFOA*), hrubá marža (*angl. gross margin – GMAR*) a podiel tržieb skladajúcich sa z hotovosti (*angl. fraction of earnings composed of cash, that is minus accruals – ACC*). Podľa týchto piatich finančných ukazovateľov zoradíme spoločnosti vzostupne, teda  $i$ -temu aktívu priradíme jeho umiestnenie podľa  $x$ -tej premennej  $\text{rank}(x_i)$ . Potom vyrátame **z-skóre**  $x$ -tej premennej a  $i$ -tej spoločnosti:

$$z(x_i) = \frac{\text{rank}(x_i) - \overline{\text{rank}(x_i)}}{\sigma(\text{rank}(x_i))}, \quad (19)$$

kde  $\overline{\text{rank}(x_i)}$  je priemer umiestnení spoločností a  $\sigma(\text{rank}(x_i))$  ich výberová smerodajná odchýlka. **Ziskovosť** (*angl. profitability*)  $i$ -tej spoločnosti potom dostávame z [7]:

$$\begin{aligned} \text{Profitability}_i &= z(z(\text{GPOA}_i) + z(\text{ROE}_i) + z(\text{ROA}_i) + \\ &+ z(\text{CFOA}_i) + z(\text{GMAR}_i) + z(\text{ACC}_i)). \end{aligned} \quad (20)$$

Do výpočtu rastu vstupujú namiesto aktuálnych hodnôt  $x_i$  hodnoty päťročných zmien  $\Delta x_i$  vybraných finančných ukazovateľov. Vzorec pre **rast** (*angl. growth*)  $i$ -tej spoločnosti má podobu [7]:

$$\begin{aligned} \text{Growth}_i &= z(z(\Delta \text{GPOA}_i) + z(\Delta \text{ROE}_i) + z(\Delta \text{ROA}_i) + \\ &+ z(\Delta \text{CFOA}_i) + z(\Delta \text{GMAR}_i)). \end{aligned} \quad (21)$$

Istota sa počíta zo z-skóre prevrátenej hodnoty beta aktíva, prevrátenej hodnoty celkového zadĺženia (*angl. total leverage – LEV*), štandardnej odchýlky návratnosti

kapitálu z posledných 60 kvartálov (*EVOL*) a dvoch ukazovateľov rizika bankrotu – Ohlsonovho *o*-skóre a Altmanovho *z*-skóre. Detailný pohľad na výpočet posledných dvoch je možné nájsť v [7]. **Istota** (*angl. safety*) *i*-tej spoločnosti je potom [7]:

$$\text{Safety}_i = z(z(\beta_i) + z(\text{LEV}_i) + z(o_i) + z(z_i) + z(\text{EVOL}_i)). \quad (22)$$

Nakoniec, všetky tri miery skombinujeme do jednotného **skóre kvality** [7]:

$$\text{Quality}_i = z(\text{Profitability}_i + \text{Growth}_i + \text{Safety}_i), \quad (23)$$

na základe ktorého triedime Small a Big portfóliá na 4 rovnako veľké portfóliá v zmysle (18). Podľa Asnessa, Frazziniho a Pedersena QMJ faktor, ktorý nakupuje vysokokvalitné akcie a predáva tie s nízkou kvalitou, vykazuje signifikantné rizikom upravené výnosy so Sharpe ratiom vyšším ako 1 v Spojených štátoch a 24 krajinách celého sveta. Podľa [24] faktor QMJ profituje v období kríz a medvedieho trhu (klesajúci trhový trend) z úteku investorov ku finančne stabilným spoločnostiam (*angl. flight-to-quality effect*).

**Faktor FS-SCORE** (*angl. financial strength score*) bol vyvinutý spoločnosťou Alpha Architect. V jeho podstate sa snaží dosiahnuť to isté, čo QMJ – nájsť s pomocou verejných účtovných závierok finančne zdravé subjekty. Faktor investuje do spoločností s vysokým FS-Skóre. FS-Skóre bolo spoločnosťou vyvinuté ako vylepšenie Piotroského F-Skóre [47]. Ide o ukazovateľ, ktorý dosahuje hodnoty z množiny  $\{0, 1, 2, \dots, 9\}$ . Používa sa na zhodnotenie celkovej kvality finančnej pozície spoločnosti. Firmy s vysokým Piotroského F-Skóre sú firmy s veľa dobrými finančnými signálmi [47]. Spoločnosť Alpha Architect tento ukazovateľ vylepšila. Namiesto deviatich signálových premenných používajú pri výpočte FS-Skóre desať. Ak finančný ukazovateľ  $x$  pre spoločnosť  $i$  spĺňa vopred zadanú podmienku, je signálová premenná  $F_x(i) = 1$ , inak  $F_x(i) = 0$ . Signálové premenné z FS-Skóre sa delia na tri kategórie [2]:

- súčasná ziskovosť (*angl. current profitability*),
  - $F_{\text{ROA}}(i)$  – návratnosť aktív (*angl. return on assets – ROA*),
  - $F_{\text{FCFTA}}(i)$  – voľné peňažné toky vydelené celkovými aktívami (*angl. free cash flow over total assets – FCFTA*),
  - $F_{\text{ACC}}(i)$  – časové rozlíšenie (*angl. accrual – ACC*),

- stabilita (*angl. stability*),
  - $F_{\Delta\text{LEVER}}(i)$  – historická zmena v pomere dlhodobých záväzkov k celkovým aktívam (*angl. change in the ratio of total long-term debt to total assets – LEVER*),
  - $F_{\Delta\text{LIQUID}}(i)$  – medziročná zmena v pomere aktív ku pasívam (*angl. change in the ratio of current assets to current liabilities – LIQUID*),
  - $F_{\text{NEQISS}}(i)$  – odkup akcií mínus vydávanie akcií (*angl. equity repurchases minus equity issuance – NEQISS*),
- nedávne prevádzkové zlepšenia (*angl. recent operational improvements*),
  - $F_{\Delta\text{ROA}}(i)$  – medziročný rozdiel v návratnosti aktív,
  - $F_{\Delta\text{FCFTA}}(i)$  – medziročný rozdiel v FCFTA,
  - $F_{\Delta\text{GMAR}}(i)$  – medziročný rozdiel v hrubej marži,
  - $F_{\Delta\text{TURN}}(i)$  – medziročný rozdiel v celkovom obrate (*angl. asset turnover ratio – TURN*).

Signály pre premenné ROA, FCFTA,  $\Delta\text{LIQUID}$ , NEQISS,  $\Delta\text{ROA}$ ,  $\Delta\text{FCFTA}$ ,  $\Delta\text{GMAR}$  a  $\Delta\text{TURN}$  sú definované nasledovne:

$$F_x(i) = \begin{cases} 1 & \text{ak } x_i > 0, \\ 0 & \text{ak } x_i \leq 0. \end{cases} \quad (24)$$

Pre  $\Delta\text{LEVER}$  sa definuje ako:

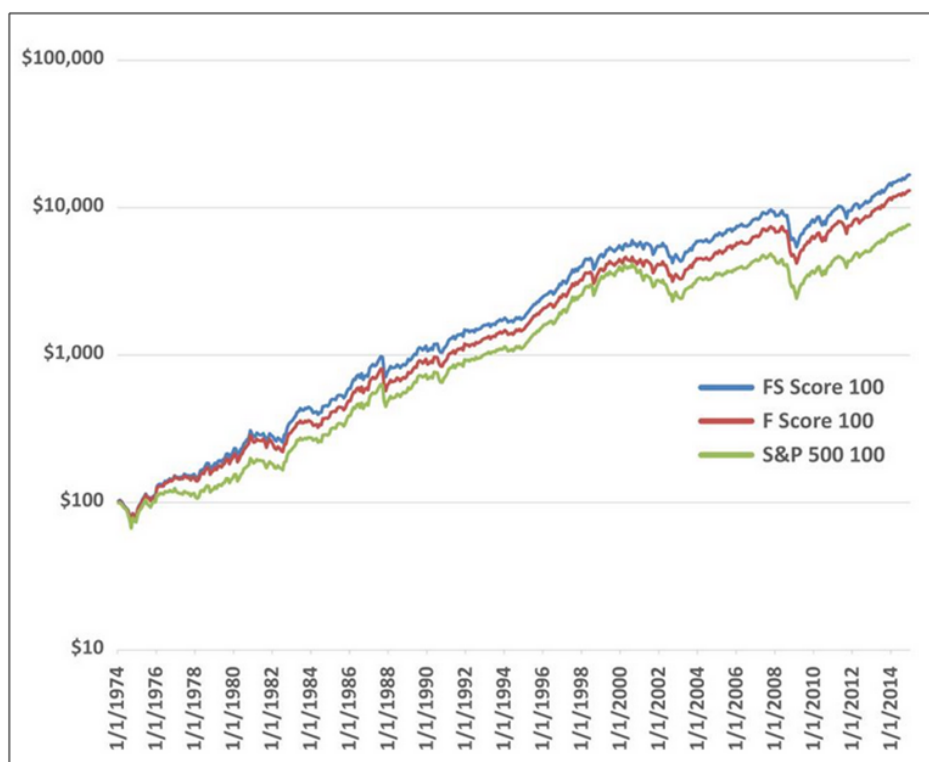
$$F_{\Delta\text{LEVER}}(i) = \begin{cases} 1 & \text{ak } \Delta\text{LEVER}_i < 0, \\ 0 & \text{ak } \Delta\text{LEVER}_i \geq 0. \end{cases} \quad (25)$$

Mierne odlišne sa definuje signál ACC – časové rozlíšenie:

$$F_{\text{ACC}}(i) = \begin{cases} 1 & \text{ak } \text{FCFTA}_i > \text{ROA}_i, \\ 0 & \text{ak } \text{FCFTA}_i \leq \text{ROA}_i. \end{cases} \quad (26)$$

Ak  $M$  je množina všetkých finančných ukazovateľov  $\{\text{ROA}, \text{FCFTA}, \text{ACC}, \Delta\text{LEVER}, \Delta\text{LIQUID}, \text{NEQISS}, \Delta\text{ROA}, \Delta\text{FCFTA}, \Delta\text{GMAR}, \Delta\text{TURN}\}$ , tak FS-Skóre  $i$ -teho aktíva môžeme zapísať ako [2]:

$$\text{FSS}(i) = \sum^M F_M(i). \quad (27)$$



Obr. 4: Porovnanie kumulatívnych výnosov portfólia akcií z New York Stock Exchange s FS-Skóre väčším ako 6 s portfóliom akcií z New York Stock Exchange s F-Skóre väčším ako 5 a trhového indexu S&P 500 pri počiatočnej investícii 100 \$ (zdroj: [2])

Je zrejmé, že hodnoty FSS môžu byť iba z  $\{0, 1, 2, \dots, 10\}$ . Podľa takto zrátaného skóre sa následne zoraďujú a nakupujú aktíva do faktora FS-SCORE.

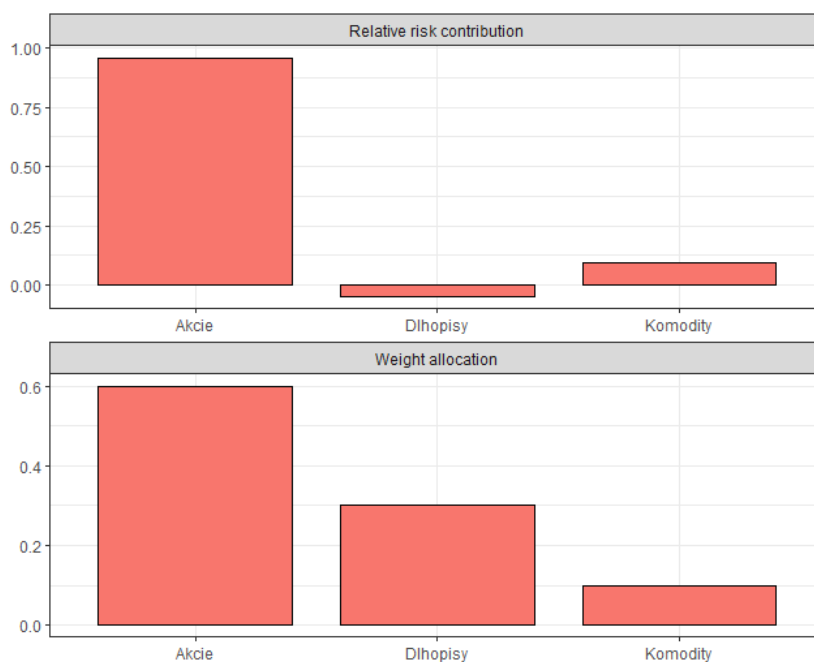
**Faktor MOM** (*angl. momentum*) patrí k najjednoduchšie vysvetliteľným používaným faktorom. Tvrdí, že akcie, ktoré v minulosti zaznamenali vyššie výnosy relatívne ku konkurencii budú rásť aj v budúcnosti. Naopak tie, ktorým sa v minulosti nedarilo v porovnaní s ostatnými akciami sa nebude dariť ani v budúcnosti. Existencia momenta je aj empiricky podložená. Výnos nad bezrizikovú mieru momentum vykazovalo v USA v rokoch 1801 až 2012 [6, 21]. Najčastejšie sa používa variant MOM  $i/j$ , kde  $i$  je počet mesiacov z minulosti, z ktorých berieme výnosy sledovaných aktív a  $j$  je počet mesiacov, počas ktorých máme mesiac otvorenú pozíciu v daných aktívach. Špeciálnym prípadom je variant MOM 12/2, kedy sledujeme výnosy posledných 12 mesiacov, ale zámerne ignorujeme posledný mesiac. Podľa nášho zoradenia následne mesiac držíme otvorenú pozíciu vo vybraných aktívach. Tento prístup sa používa z dôvodu krátkodobej náhlejšej zmeny výnosov v poslednom mesiaci a trhových nepresností

pramieniach v kognitívnom skreslení investorov [29, 32].

## 1.8 Risk parita

Problémom Markowitzovej teórie portfólia je okrem iného aj jej pohľad na riziko. Pri riešení Markowitzovho problému berieme do úvahy iba varianciu výnosov portfólia. Toto má za následok prílišnú koncentráciu rizika v malom počte individuálnych aktív a ignoráciu diverzifikácie riziku [25].

**Risk parita** je metóda spravovania portfólia, ktorá sa zameriava na diverzifikáciu rizika medzi jednotlivé aktíva, nie rozdelenie kapitálu. Kľúčom k risk parite je zahrňať do portfólia aj skupiny aktív, ktoré sa správajú rozdielne v meniacom sa ekonomickom prostredí.



Obr. 5: Relatívne prínosy rizika akcií (index S&P 500), dlhopisov (dlhopisové ETF, symbol IEF) a komodít (komoditný fond DBC) v portfóliu s váhami 60/30/10 (zdroj: dáta z [55], vlastné spracovanie v softvéri R [50])

Uvažujme  $n$  aktív s vektorom váh  $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_n)^\top$ , kovariančnú maticu výnosov  $\Sigma$  a volatilitu portfólia  $\sigma(\mathbf{w})$ . **Marginálny prínos rizika  $i$ -teho aktíva**

(angl. *marginal risk contribution of  $i$ -th asset*) definujeme ako [37]:

$$\text{MRC}_i = \partial_{w_i} \sigma(\mathbf{w}) = \frac{\partial \sigma(\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{w_i \sigma_i^2 + \sum_{j \neq i} w_j \sigma_{ij}}{\sigma(\mathbf{w})}. \quad (28)$$

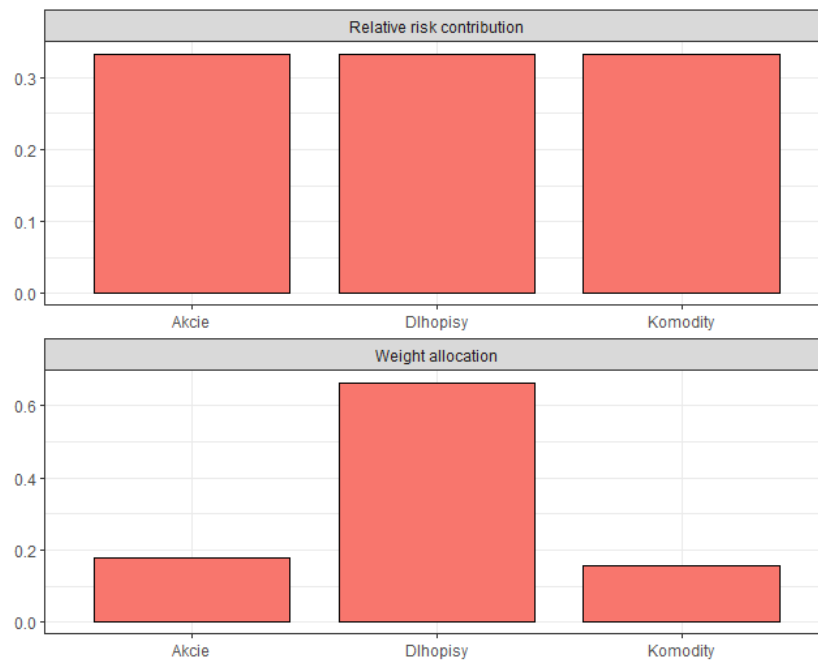
Ak si označíme prínos rizika  $i$ -teho aktíva ako  $\text{RC}_i = w_i \text{MRC}_i$ , dostávame z Eulerovej vety o homogénných funkciách vzťah [37]:

$$\sigma(\mathbf{w}) = \sum_{i=1}^n \text{RC}_i, \quad (29)$$

teda volatilita (riziko) celého portfólia je suma prínosov rizika jednotlivých aktív. Nakoniec pre ľahšiu interpretáciu definujeme **relatívny prínos rizika  $i$ -teho aktíva** (angl. *relative risk contribution of  $i$ -th asset*) ako [37]:

$$\text{RRC}_i = \frac{\text{RC}_i}{\sigma(\mathbf{w})}. \quad (30)$$

Zrejme potom platí, že  $\sum_{i=1}^n \text{RRC}_i = 1$ .



Obr. 6: Váhy akcií (index S&P 500), dlhopisov (dlhopisové ETF, symbol IEF) a komodít (komoditný fond DBC) v portfóliu ak použijeme stratégiu rovnakého rizikového prínosu (zdroj: dáta z [55], vlastné spracovanie v softvéri R [50])

**Stratégia rovnakého rizikového prínosu** (angl. *equal risk contribution strategy – ERC*) hľadá také portfólio, že  $\text{RC}_i$  sú rovnaké pre každé aktívum v portfóliu.

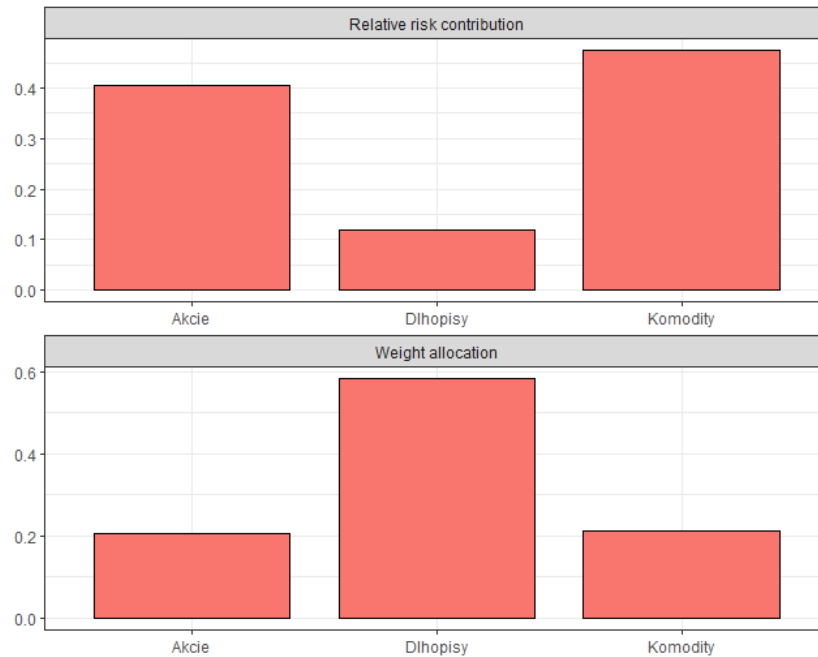


Váhy jednotlivých aktív hľadáme riešením úlohy sekvenčného kvadratického programovania [37]:

$$\mathbf{w}^* = \arg \min \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (w_i(\Sigma \mathbf{w})_i - w_j(\Sigma \mathbf{w})_j)^2 \quad (31)$$

keď  $\mathbf{1}^\top \mathbf{w} = 1$  a  $w_i \in [0; 1] \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$ .

Úloha má riešenie iba ak  $\forall i, j$  platí, že  $w_i(\Sigma \mathbf{w})_i = w_j(\Sigma \mathbf{w})_j$ . Minimalizuje teda varianciu preškálovaných rizikových prínosov.



Obr. 7: Váhy akcií (index S&P 500), dlhopisov (dlhopisové ETF, symbol IEF) a komodít (komoditný fond DBC) a ich RRC v portfóliu ak použijeme stratégiu inverznej volatility (zdroj: dáta z [55], vlastné spracovanie v softvéri R [50])

**Stratégia inverznej volatility** (*angl. inverse volatility strategy*), niekedy nazývaná aj naivná risk parita, priraduje nízke váhy vysoko volatilným nástrojom a vysoké váhy menej volatilným. Vektor váh pre portfólio inverznej volatility (IVP) počítame z [37]:

$$\mathbf{w} = \frac{\sigma^{-1}}{\mathbf{1}\sigma^{-1}}, \quad (32)$$

kde  $\sigma^2 = \text{Diag}(\Sigma)$ .  $i$ -tu váhu dostaneme zo vzťahu [37]:

$$w_i = \frac{\sigma_i^{-1}}{\sum_{i=1}^n \sigma_i^{-1}}. \quad (33)$$

Risk parita je využívaná aj v praxi správcovskými spoločnosťami. Známymi sú fondy od americkej spoločnosti AQR Capital Management, napríklad AQR Multi-Asset Fund [4] alebo AQR Risk-Balanced Commodities Strategy Fund [5]. Oba fondy majú dokopy hodnotu vyše 724 miliónov dolárov. Na Slovensku ponúka pomocou svojej pobočky a obchodných zástupcov francúzska spoločnosť Amundi Asset Management fondy Amundi Funds Equity Euroland Equity Risk Parity, ktoré sú rovnako spravované pomocou nami predstavovaných metód. Ich celková hodnota je vyše 461 miliónov eur [3].

## 1.9 Poistenie portfólia konštantným pomerom

Častou investičnou stratégiou správcovských spoločností je **poistenie portfólia konštantným pomerom** (*angl. constant proportion portfolio insurance – CPPI*). Umožňuje investorom mať expozíciu voči rizikovým aktívam a zároveň poistiť portfólio voči veľkej strate. V tejto kapitole pracujeme s poznatkami z [11, 14, 48].

Uvažujme dve triedy aktív, rizikové (akcie) a bezrizikové (najmä dlhopisy). Správca portfólia určí nominálnu hodnotu  $N$ , pod ktorú nechce, aby v čase predaja  $t$  portfólio kleslo. Potom definujeme **minimálnu hodnotu portfólia** (*angl. floor*) v čase  $i$  ako:

$$F_i = \frac{N}{(1 + y_i)^{(t-i)}}, \quad (34)$$

kde  $y_i$  je bezriziková úroková miera v čase  $i$  s maturitou v čase  $t - i$ . Hodnotu portfólia nad minimálnou hodnotou portfólia v čase  $i$  voláme **vankúš** (*angl. cushion*) a definujeme ho ako:

$$C_i = V_i - F_i. \quad (35)$$

$V_i$  je hodnota portfólia v čase  $i$ . Potom:

- ak  $V_i > F_i$ , investujeme do rizikového aktíva hodnotu  $mC_i$ , kde  $m > 1$  je konštanta,
- ak  $V_i \leq F_i$ , tak celé portfólio presunieme do bezrizikového aktíva.

V prípade, že  $mC_i > V_i$ , teda že v bezrizikovom aktíve by sme mali krátku pozíciu, investujeme do rizikového aktíva nanajvyš hodnotu  $V_i$ .

Vo svete spojitého investovania neexistuje možnosť, že by hodnota portfólia klesla pod  $F_i$  medzi dvomi obdobiami rebalansovania. CPPI investori ale vedia, že môže nastať situácia, kedy manažér nestihne rebalansovať portfólio v čas predtým, než sa hodnota prepadne pod minimálnu hodnotu portfólia. Tento jav nazývame **riziko prepadu** (*angl. gap risk*). Čím vyššia je konštanta  $m$ , tým je väčší benefit investora z nárastu výnosov rizikovej triedy aktív. Pri klesaní ceny rizikovej investície sa ale so zvyšujúcim  $m$  blíži hodnota celého portfólia ku hodnote flooru. Preto sa odporúča vhodne nastaviť konštantu  $m$  tak, aby prípadná strata hodnoty medzi dvomi časovými úsekmi nespôsobila prepád portfólia pod minimálnu hodnotu  $F_i$ . Jednou z možností ako určiť výšku  $m$  je pomocou historických výnosov rizikového aktíva. Ak rebalansujeme na dennej báze a historicky najvyššia zaznamenaná denná strata akcie bola 20 %, konštanta musí byť z  $1 < m \leq \frac{1}{20\%} = 5$ , aby hodnota vankúša ostala aj pri takomto prepade hodnoty rizikového nástroja kladná. Podiel  $\frac{1}{m}$  je teda maximálna strata poistovaného aktíva, ktorú portfólio dokáže ustáť medzi dvomi obdobiami rebalansu predtým, než sa prepadne pod minimálnu akceptovateľnú hodnotu portfólia.

Túto investičnú stratégiu na Slovensku používajú fondy Protected Equity 1 [26] a Protected Equity 2 [27] spravované spoločnosťou IAD Investments, správ. spol., a. s. KBC Asset Management ponúka prostredníctvom ČSOB na Slovensku a v Českej republike fondy Archipel Portfolio Pro, resp. ČSOB Portfolio Pro. Táto skupina fondov má v názve aj číslo vyjadrujúce percento hodnoty fondu na začiatku sledovaného obdobia, ktorým sa na ročnej báze stanovuje minimálna hodnota portfólia (floor) pre použitie CPPI [15]. Skupina KBC ponúka po celom svete desiatky fondov spravovaných metódou poistenia portfólia konštantným pomerom [30].

## 2 Metodika práce

V tejto kapitole najskôr predstavíme príkazy z balíkov v softvéri R, ktoré sme používali pri našom výskume. Následne sa oboznámime s dátami, postupmi a metódami, ktoré sme v práci využili.

### 2.1 Použité balíky zo softvéra R

Balík `quantmod` [53] sa využíva na aplikovanie štatistických postupov v obchodovacích modeloch. Funkcia `getSymbols()` užívateľovi vráti výstup v podobe `xts` objektu informácií o cenách aktíva z vopred zvoleného zdroja. Príklad použitia môže vyzeráť takto:

```
> getSymbols("AAPL", from = "2020-01-01", to = "2021-12-31", src = "yahoo")
[1] "AAPL"
> head(AAPL)
AAPL.Open AAPL.High AAPL.Low AAPL.Close AAPL.Volume AAPL.Adjusted
2020-01-02  74.0600  75.1500  73.7975    75.0875  135480400    73.89432
2020-01-03  74.2875  75.1450  74.1250    74.3575  146322800    73.17591
2020-01-06  73.4475  74.9900  73.1875    74.9500  118387200    73.75899
2020-01-07  74.9600  75.2250  74.3700    74.5975  108872000    73.41211
2020-01-08  74.2900  76.1100  74.2900    75.7975  132079200    74.59303
2020-01-09  76.8100  77.6075  76.5500    77.4075  170108400    76.17747
```

Funkcia `periodReturn()` vyráta výnos v požadovanej perióde. Hlavička má podobu:

```
periodReturn(x, period = c("daily", "weekly", "monthly", "quarterly",
"annual", "yearly", "all"), subset = NULL, type = c("arithmetic", "log"),
leading = TRUE)
```

Balík `riskParityPortfolio` [45] bol vytvorený ako pomôcka pre konštrukciu portfólia metódou risk parity. Rovnomennou funkciou `riskParityPortfolio()` dostávame výsledok optimalizácie. Pre získanie portfólia inverznej volatility zadáme funkciu takto:

```
ivp <- riskParityPortfolio(Sigma, formulation = "diag")
```

Sigma je kovariančná matica aktív portfólia. Ak chceme získať portfólio rovnakého rizikového prínosu, stačí vynechať parameter `formulation`.

## 2.2 Dáta, postupy a metódy

Primárnym zdrojom dát bola webová stránka Yahoo Finance [55]. Z nej sme získavali s pomocou balíka `quantmod` dáta o cenách akcií a všetkých pre náš výskum potrebných ETF fondov. Z portálu `gold.org` [23] sme získali vývoj ceny zlata. Z webového sídla Chicago Board Options Exchange sme získali vývoj hodnoty PUT indexu [13]. Spoločnosť Alpha Architect bezplatne poskytuje dátový súbor vývoja cien množstva faktorov, s ktorými sme pri našej práci zostavovali portfóliá [1]. Z databázy americkej centrálnej banky sme získali vývoj výnosu 3 mesačnej americkej pokladničnej poukážky [18]. Z Nasdaq Data Link sme získali historické údaje americkej výnosovej krivky [44].

Na zostrojenie portfólií zo semibeta a VIX beta premenných, ktoré sme predstavili v podkapitole 1.5, resp. 1.6, sme vytvorili v softvéri R skripty. Stiahli sme údaje o denných výnosoch takmer 2000 akcií, ktoré sú súčasťou indexu Russell 3000 od roku 2012 po koniec roka 2021. Potom sme túto vzorku očistili od extrémnych denných výnosov. Horný a dolný 1 % kvantil výnosov sme preto nahradili 0. Následne sme zadefinovali funkcie pre rávanie  $\beta^N, \beta^P, \beta^{M^+}, \beta^{M^-}, \beta^{VIX^+}$  a  $\beta^{VIX^-}$  nasledovne:

```
## funkcie pre rávanie jednotlivých semibeta
# semibeta n (negative) - keď je záporný return assetu aj indexu
sb_n <- function(x){
  a <- (x<0) * (trh_vynosy<0)
  x <- x[a>0]
  trh <- trh_vynosy[a>0]
  vystup <- (t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
  vystup
}

# semibeta p (positive) - keď je kladný return stocku aj indexu
sb_p <- function(x){
  a <- (x>0) * (trh_vynosy>0)
  x <- x[a>0]
```

```

trh <- trh_vynosy[a>0]
vystup <- (t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
vystup
}

# semibeta m minus (market-) - keď je kladný return stocku a záporný indexu
sb_m_m <- function(x){
a <- (x>0) * (trh_vynosy<0)
x <- x[a>0]
trh <- trh_vynosy[a>0]
vystup <- -(t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
vystup
}

# semibeta m plus (market+) - keď je kladný return indexu a záporný stocku
sb_m_p <- function(x){
a <- (x<0) * (trh_vynosy>0)
x <- x[a>0]
trh <- trh_vynosy[a>0]
vystup <- -(t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
vystup
}

## funkcie pre rávanie beta_VIX
# beta_VIX_m - výpočet bety stocku, keď je záporný return VIXu
beta_VIX_m <- function(x){
a <- (VIX_rocný < 0) * (!is.na(x))
x <- x[a>0]
y <- VIX_rocný[a>0]
vystup <- cov(x, y)/var(y)
vystup
}

```

```

# beta_VIX_p - výpočet bety stocku, keď je kladný return VIXu
beta_VIX_p <- function(x){
a <- (VIX_rocný > 0) * (!is.na(x))
x <- x[a>0]
y <- VIX_rocný[a>0]
vystup <- cov(x, y)/var(y)
vystup
}

```

Bety sme rátali z dát za posledný rok. Podľa vyrátaných biet pre každú akciu sme potom výnosy z najbližšieho mesiaca rozdelili do decilov a vybrali iba aktíva z prvého desiateho decilu. V ďalšom kroku sme sa posunuli o mesiac a celý proces zopakovali. Pre následnú analýzu a použitie pri poisťovaní sme sa rozhodli vybrať na základe zistení z [10] iba výnosy zoradené podľa  $\beta^{\mathcal{N}}$ ,  $\beta^{\mathcal{M}^-}$  a  $\beta^{VIX+}$ . Výstupom oboch skriptov boli 3 portfóliá, ktorých výnosy sme dostali ako rozdiel výnosov prvého a desiateho decilu v prípade  $\beta^{\mathcal{N}}$  a  $\beta^{\mathcal{M}^-}$ ,  $\beta^{VIX+}$  portfólio ako rozdiel desiateho a prvého. Boli rebalansované na mesačnej báze podľa relevantnej bety výnosov posledného roka.

Dokopy sme pre poisťovanie akciového portfólia pracovali s deviatimi finančnými nástrojmi, ktoré môžu dosahovať nami požadované výsledky. Ide o  $\beta^{\mathcal{N}}$ ,  $\beta^{\mathcal{M}^-}$ ,  $\beta^{VIX+}$ , faktor QMJ, faktor MOM 12/2, faktor FS-SCORE, krátku pozíciu v PUT indexe, spotový nákup zlata a nákup ETF fondu iShares 7 – 10 Year Treasury Bond ETF (skrátene IEF), ktorý kupuje americké štátne dlhopisy so splatnosťou od siedmich do desiatich rokov.

Týchto deväť nástrojov sme každý mesiac zoradili do 4 zhlukov podľa mesačných výnosov za posledný rok. Na vytvorenie zhlukov sme použili metódu k-means clustering. V softvéri R je implementovaná funkciou `kmeans()`. Presný postup tohto algoritmu je možné nájsť napríklad v [36]. K-means algoritmus sme sa rozhodli využiť preto, že pri poisťovaní sme pracovali s nevyváženým počtom typov aktív (akcie, dlhopisy, zlato). Zaradením všetkých nástrojov do štyroch zhlukov sme chceli predísť nevyváženosti jednotlivých investícií. Zhlukom sme každý mesiac priradili váhy v portfóliu na základe stratégie rovnakého rizikového prínosu a stratégie inverznej volatility, ktoré boli predstavené v podkapitole 1.8. Samotné nástroje zoradené v zhlukoch boli rovnako vážené. Takto vznikli dve portfólia poisťujúce stratégie ERP (stratégia rov-

nakého rizikového prínosu) a IVP (stratégia inverznej volatility). Potom sme skúmali ich vlastnosti metódami portfóliovej analytiky a uvažovali nad vhodnou expozíciou v kombinácií s nákupom ETF fondu kopírujúceho trhovú index S&P 500. Rovnako sme výkonnosť našich dvoch poistných portfólií porovnávali s inými tradičnými portfóliami.

Na záver výskumu sme zostrojili z mesačných dát z rokov 2014 až 2021 portfólio metódou CPPI. Za rizikové aktívum sme určili ETF fond kopírujúci trhovú index S&P 500, výnos bezrizikové aktíva sme rátali z dát o výnosovej krivke amerických štátnych dlhopisov pre relevantné maturity. V prípade, že dáta neobsahovali požadovanú maturitu, hodnotu sme dostali lineárnou interpoláciou. Rebalansovali sme na mesačnej báze, konštantu  $m$  sme vyrátali ako podiel  $-1$  a dolného 99,5 % kvantilu mesačných výnosov S&P 500 v období od 1990 do 2013. Za bezrizikovú úrokovú mieru  $y_i$ , z ktorej sa rátala minimálna hodnota portfólia  $F_i$ , sme brali 3 mesačný výnos amerických štátnych pokladničných poukážok v čase  $i$ .

Na porovnanie a skúmanie výkonnosti portfólií sme použili viaceré premenné. Základným investičným ukazovateľom, ktorý sa využíva na porovnanie výnosov upravených rizikom je **Sharpeov pomer** (*angl. Sharpe ratio*) [33]:

$$\lambda = \frac{\bar{r} - r_f}{\sigma}. \quad (36)$$

$\bar{r}$  označuje priemerný výnos aktíva,  $r_f$  výnos bezrizikového aktíva a  $\sigma$  štandardnú odchýlku aktíva. V našej práci sme rátali Sharpeov pomer s  $r_f = 0$ . Ak sme chceli pozorovať výnos portfólia v časoch, kedy sa hodnota akcií na trhu prepadáva, potrebovali sme definovať trhom podmienené výnosy aktíva. **Krízový výnos** aktíva definujeme ako:

$$r^- = \begin{cases} 0 & \text{ak } r_M \geq 0 \\ r_i & \text{ak } r_M < 0. \end{cases} \quad (37)$$

V našom výskume sme za výnosy trhu  $r_M$  považovali výnos najznámejšieho trhového indexu S&P 500. Podobne definujeme aj výnos pri raste trhu:

$$r^+ = \begin{cases} r_i & \text{ak } r_M \geq 0 \\ 0 & \text{ak } r_M < 0. \end{cases} \quad (38)$$



Chceli sme skúmať aj **krízovú volatilitu** (*angl. downside volatility*). Tú počítame ako [33]:

$$\sigma_d = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (r_i - \text{MAR})^2, \quad (39)$$

kde  $r_i < \text{MAR}$ . MAR označuje minimálny akceptovateľný výnos. Z krízovej volatility vieme potom vyrátať **Sortinov pomer** (*angl. Sortino ratio*) [33]:

$$\lambda_d = \frac{\bar{r} - \text{MAR}}{\sigma_d}. \quad (40)$$

Podobne ako pri Sharpeovom pomere, aj tu sme zvolili hranicu  $\text{MAR} = 0$ .

### 3 Výsledky práce

V tejto kapitole odprezentujeme výsledky praktickej časti našej práce, ktoré sme získali aplikáciou poznatkov z predchádzajúcich dvoch častí. Najskôr ukážeme výkon deviatich finančných nástrojov, ktoré sme vybrali ako základné stavebné kamene pre tvorbu portfólia, slúžiaceho ako poistenie pred stratou hodnoty. Následne prezentujeme zloženie zhlukov a váhy samotných nástrojov v portfóliu zostavenom stratégiou rovnakého rizikového prínosu (ERP), resp. stratégiou inverznej volatility (IVP). Ich výkonnosť porovnáme s jednoduchým dlhopisovým ETF, ktoré investor môže využiť ako alternatívu k nami predstaveným prístupom. Nakoniec ukážeme skladby investičného portfólia v kombinácií s našimi poistnými portfóliami.

Tabuľka 1: Ukážka anualizovaných podmienených výnosov, štandardných odchýliek a investičných ukazovateľov aktívne spravovaných nástrojov (z mesačných výnosov z rokov 2014 až 2021)

	$\beta^N$	$\beta^{M-}$	$\beta^{VIX+}$	QMJ	MOM	FS-SCORE
$\bar{r}^-$	48,63 %	1,74 %	27,42 %	6,96 %	18,05 %	6,25 %
$\bar{r}^+$	-10,33 %	24,82 %	-17,75 %	-2,68 %	-3,71 %	-7,23 %
$\sigma$	15,42 %	9,95 %	11,39 %	7,25 %	10,64 %	12,45 %
$\sigma_d$	9,42 %	4,78 %	8,40 %	5,46 %	7,35 %	9,96 %
$\lambda$	0,08	0,47	-0,16	0,00	0,06	-0,08
$\lambda_d$	0,13	0,98	-0,22	0,00	0,09	-0,10

(zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [1, 50, 55])

Najskôr porovnajme výkon aktívne spravovaných finančných nástrojov. Tam sme zaradili smart beta a faktorové stratégie. Najvyššie Sharpe aj Sortino ratio dosiahlo  $\beta^{M-}$  portfólio. Rovnako malo najlepšie aj výnosy v dobe rastu hodnoty indexu S&P 500. Jeho výnos v dobe poklesu S&P 500 ale nie je uspokojivý. Všetky nástroje zaznamenali pri poklese trhového indexu kladný priemerný výnos, čo ukazuje dobrý výber počiatočných metód pre hedžing voči neželaným poklesom trhu. Na Obrázku E.1 v Prílohe E má na konci roka 2021 pri nákupe stratégiou buy & hold najvyššiu hodnotu jednotkové

portfólio  $\beta^{M-}$ , tri z nástrojov sú pod počiatočnou hodnotou jedného dolára.

Tabuľka 2: Ukážka anualizovaných podmienených výnosov, štandardných odchýliek a investičných ukazovateľov pasívne spravovaných nástrojov (z mesačných výnosov z rokov 2014 až 2021)

	Zlato	Dlhopisy	PUT index
$\bar{r}^-$	5,55 %	8,79 %	9,87 %
$\bar{r}^+$	0,69 %	0,25 %	-14,39 %
$\sigma$	15,15 %	5,35 %	8,08 %
$\sigma_d$	10,15 %	3,16 %	5,02 %
$\lambda$	0,04	0,14	-0,29
$\lambda_d$	0,06	0,24	-0,46

(zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [13, 23, 50, 55])

Do pasívnej stratégie sme zaradili nákup dlhopisového ETF fondu, spotový nákup zlata a krátku pozíciu v PUT indexe. Dlhopisy mali najvyššie  $\lambda$  a  $\lambda_d$ , mesačný priemerný anualizovaný výnos bol 8,79 %. Predaj PUT indexu zaznamenal záporné Sharpe a Sortino ratio, avšak stále považujeme v krátkodobom horizonte PUT index za jeden z najlepších nástrojov na ochranu hodnoty akciového portfólia. Na Obrázku F.1 v Prílohe F počas vypuknutia pandémie COVID-19 v marci 2020 predaj PUT indexu výrazne narástol na hodnote – profitoval z uplatňovania predajných opcií trhového indexu s realizačnou cenou nad vtedajšou hodnotou S&P 500.

Po použití stratégie ERP a IVP v kombinácii s algoritmom k-means na zostavenie dvoch poistných portfólií sú k nahliadnutiu detailné mesačné rozdelenia váh a relatívnych rizikových prínosov v Prílohe G, resp. Prílohe H. Zaujímavosťou je, že vo vybraných mesiacoch profitovalo IVP portfólio zo záporného relatívneho rizikového prínosu niektorých prístupov. Vtedy sme si mohli dovoliť prevziať viac rizika z iných použitých aktív. Portfólio ERP má počas sledovanej periódy vyššie Sharpe aj Sortino ratio než IVP. Tieto hodnoty majú ERP a IVP o niečo nižšie ako náš benchmark – dlhopisové ETF. Všetky tri nástroje majú veľmi nízku krízovú volatilitu aj štandardnú odchýlku. Pri porovnaní volatility ERP a IVP s podkladovými aktívami týchto portfólií

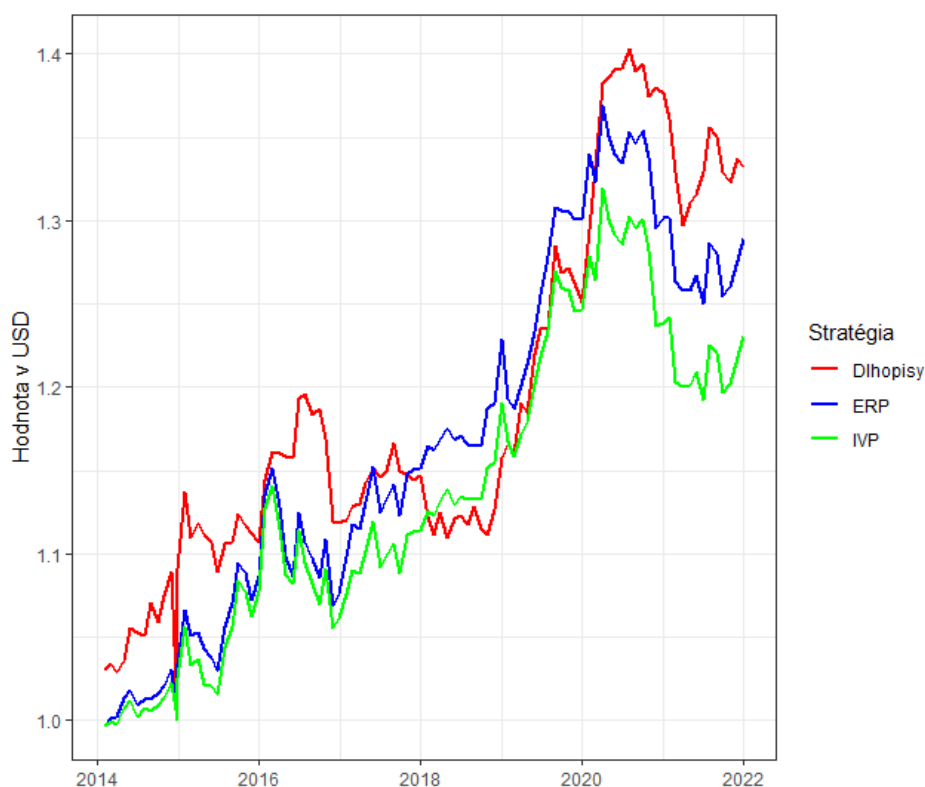
Tabuľka 3: Ukážka anualizovaných podmienených výnosov, štandardných odchýliek a investičných ukazovateľov poistných portfólií a dlhopisového ETF (z mesačných výnosov z rokov 2014 až 2021)

	ERP	IVP	Dlhopisy
$\bar{r}^-$	11,32 %	12,09 %	11,14 %
$\bar{r}^+$	-0,06 %	-1,22 %	0,60 %
$\sigma$	5,42 %	5,43 %	5,27 %
$\sigma_d$	3,25 %	3,33 %	2,87 %
$\lambda$	0,18	0,15	0,20
$\lambda_d$	0,29	0,24	0,37

(zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50])

to poukazuje na schopnosť daných postupov znižovať riziko pohybu cien. Pri pohľade na výnosy môžeme rozdeliť tieto prístupy na tri poistné úrovne. Dlhopisy síce majú v zlých časoch najnižší priemerný anualizovaný výnos na úrovni 11,14 %, ale v období rastúcej ekonomiky sú ich výnosy na úrovni 0,60 %. Na druhej strane portfólio zostavované rovnakým rizikovým prínosom má  $\bar{r}^- = 11,32$  %, no zaznamenalo záporný výnos pri raste trhového indexu. V kontexte poisťovníctva to znamená, že ak chceme vyššie poistné plnenie, musíme očakávať, že za túto istotu zaplatíme vyššie poistné. Na Obrázku 8 je znázornený vývoj hodnoty jednotkových portfólií. Všetky tri prístupy počas pandémie COVID-19 stratili na hodnote. Pri pohľade na výkonnosti portfólií netreba zabúdať na fakt, že posledných 40 rokov boli americké dlhopisové trhy býčie z dôvodu neustáleho poklesu úrokových mier [49]. S ich prichádzajúcim rastom môžeme v budúcnosti očakávať, že risk parity portfóliá budú vykazovať lepšie výsledky než dlhopisové ETF, keďže sú diverzifikované vo viacerých triedach aktív.

Po skombinovaní poistných portfólií s nákupom trhového indexu S&P 500 sme zistili, že najmenšiu volatilitu budú mať všetky tri portfóliá pri váhe indexu v portfóliu medzi expozíciou voči S&P 500 medzi 20 a 25 %. Najvyšší Sortinov aj Sharpeov pomer malo portfólio S&P 500/Dlhopisy 30/70. Spomedzi risk parity prístupov mali najvyšš-



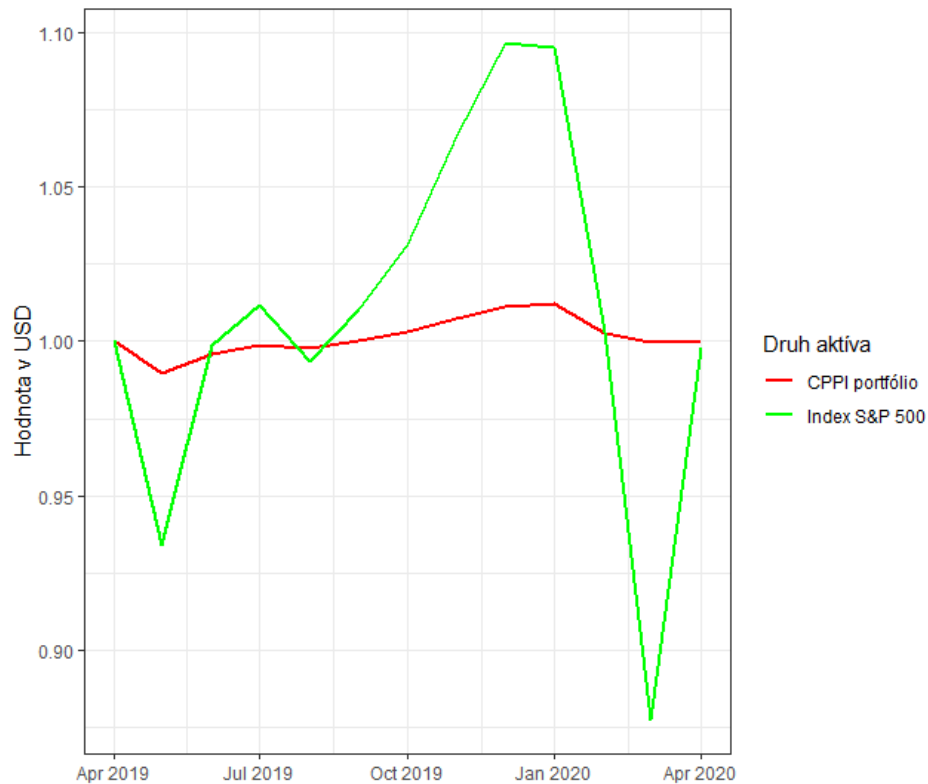
Obr. 8: Vývoj hodnoty hypotetických jednotkových poistných portfólií ERP a IVP voči hodnote dlhopisového ETF v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 54])

šie  $\lambda$  portfóliá s váhami 35/65. V prípade  $\lambda_d$  to boli váhy 30/70 pre ERP a 30/70, resp. 35/65 pre IVP. Jediné tri, ktoré dokázali zaznamenať kladný  $\bar{r}^-$  boli 20/80 portfóliá. Celkový výnos portfólií rástol s rastúcou expozíciou v S&P 500. Detailnejšie tabuľky a grafy pre portfóliá nájdeme v prílohách I, J a K.

Jednotkové portfólio spravované CPPI metódou od roku 2014 do roku 2021 dosiahlo na konci investičnej periódy hodnotu 2,26 \$ pri volatilitě 12,39 % a analizovanom priemernom mesačnom výnose 11,55 % so Sharpeovým pomerom 0,26. V Prílohe L je priložený graf vývoja jeho hodnoty ako aj vývoja expozície portfólia v S&P 500. Portfólio sa ani raz v sledovanom období neprepadlo pod hodnotu 1 \$.

Vlastnosti CPPI sa dajú veľmi dobre ilustrovať pri zmenšení pozorovaného intervalu. Ak by sme nakúpili CPPI portfólio v apríli 2019 a našu pozíciu zavreli na konci apríla 2020, CPPI s vhodne zvolenými počiatočnými parametrami by sa nedostalo pod úroveň nominálnej hodnoty odúročenej bezrizikovou úrokovou mierou ani v období počiatku pandémie COVID-19. Na druhej strane, naše portfólio nereagovalo do-

statočne rýchlo na krátkodobý strmý rast hodnoty indexu. V krátkodobom horizonte môže byť zdola ohraničený nekolísavý výnos tvorený poistením konštantným pomerom zaujímavou alternatívou pre investora, ktorý chce získať expozíciu voči akciovému trhu a zároveň nechce byť vystavený priveľkému riziku ľavého chvosta (*angl. left tail risk*) výnosov akcií.



Obr. 9: Vývoj hodnoty hypotetických jednotkových portfólií CPPI portfólia a ETF fondu trhového indexu S&P 500 v období medzi aprílom 2019 a aprílom 2020 (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 54])

## Záver

V našej bakalárskej práci sme sa venovali problematike poistenia akciového portfólia. Cieľom výskumu bolo popísať existujúce pohľady na ochranu výnosov rizikových aktív pred prepadmi a na základe tejto teórie následne zostrojiť vlastné portfóliá z reálnych finančných dát. V prvej kapitole sme najskôr predstavili najčastejšie používané triedy aktív, ktorých vlastnosti môžu byť vhodné pre hedžing akcií. Potom sme stručne opísali trhové indexy a exchange-traded funds. Následne sme spomenuli základy finančnej matematiky, Markowitzovu modernú teóriu portfólia a Capital Asset Pricing Model. V druhej polovici prvej kapitoly sme definovali inovatívne prístupy k správe portfólia – smart beta modely ako semibeta a VIX beta, faktorové investovanie, risk parity a poistenie portfólia konštantným pomerom. V druhej kapitole sme sa venovali balíkom v štatistickom softvéri R, ktoré sa používajú pri nastavovaní portfólia, ďalej postupom a metodike praktickej časti práce. V tretej kapitole sme najskôr prezentovali výsledky podkladových finančných nástrojov ako napríklad portfóliá  $\beta^{M-}$ ,  $\beta^{VIX+}$ , či MOM. Všetky nástroje mali pri prepade trhu kladný anualizovaný priemerný mesačný výnos od roku 2014 do roku 2021. Potom sme ukázali výkonnosť portfólií zostavených pomocou risk parity – ERP a IVP. Tie sme porovnali s výkonom ETF fondu nakupujúceho americké štátne dlhopisy s maturitou 7 až 10 rokov a sledovali správanie ich výnosov v kombinácií s expozíciou v akciovom trhu. Dlhopisy sa ukázali ako tradične dobrý hedž. Inovatívne prístupy k správe portfólií sú ale zaujímavá alternatíva. Ich krízové výnosy nezaručuje iba jedna trieda aktív. Preto sa pri raste úrokových sadzieb môžu nami zostavené portfóliá správať lepšie ako dlhopisy. Nakoniec sme pozorovali vývoj hodnoty portfólia zostaveného metódou CPPI v krátkom aj dlhom horizonte pri meniacich sa cenách podkladového rizikového aktíva. CPPI metóda dokázala ochrániť investičné portfólio pred extrémnymi zmenami v hodnote.

## Zoznam použitej literatúry

- [1] AlphaArchitect.com [online]. *Attention Data Geeks: Our Factor Investing Data Library is Open*. [cit. 18.04.2022] Dostupné na adrese: <https://alphaarchitect.com/2020/04/factor-return-library-beta-release/>.
- [2] AlphaArchitect.com [online]. *Value Investing Research: Simple Methods to Improve the Piotroski F-Score*. [cit. 26.04.2022] Dostupné na adrese: <https://alphaarchitect.com/2015/05/value-investing-research-simple-methods-to-improve-the-piotroski-f-score/>.
- [3] Amundi Asset Management [online]. *Amundi Funds Euroland Equity Risk Parity*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://www.amundi.com/globaldistributor/product/view/LU1328850950>.
- [4] AQR Capital Management [online]. *AQR Multi-Asset Fund*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://funds.aqr.com/funds/multi-asset/aqr-multi-asset-fund/aqrix#about>.
- [5] AQR Capital Management [online]. *AQR Risk-Balanced Commodities Strategy Fund*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://funds.aqr.com/funds/alternatives/aqr-risk-balanced-commodities-strategy-fund/arcix#about>.
- [6] Asness, C.S., Frazzini, A., Israel, R., Moskowitz, T.J.: Two Centuries of Price Return Momentum. *The Journal of Portfolio Management Special 40th Anniversary Issue*, Fama-Miller Working Paper, vol. 40, no. 5, 2014, pp. 75-92. [cit. 30.03.2022] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=2435323>.
- [7] Asness, C.S., Frazzini, A., Pedersen, L.H.: *Quality Minus Junk*. [cit. 20.04.2022] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=2312432>.
- [8] Barndorff-Nielsen, O.E., Shephard, N.: Econometric Analysis of Realized Covariation: High Frequency Based Covariance, Regression, and Correlation in Financial Economics. *Econometrica*, vol. 72, no. 3, 2004, pp. 885-925. [cit. 12.02.2022] Dostupné na adrese: <https://www.ssc.wisc.edu/~bhansen/718/Barndorff-NielsenShephard2004.pdf>.



- [9] Bollerslev, T., Patton, A. J., Li, J., Quaedvlieg, R.: Realized semicovariances. *Econometrica* (Forthcoming), 2020. [cit. 30.12.2021] Dostupné na adrese: [http://public.econ.duke.edu/~boller/Papers/Realized\\_Semicovariances.pdf](http://public.econ.duke.edu/~boller/Papers/Realized_Semicovariances.pdf).
- [10] Bollerslev, T., Patton, A.J., Quaedvlieg, R.: *Realized Semibetas: Signs of Things to Come*. Economic Research Initiatives at Duke (ERID) Working Paper Forthcoming. [cit. 22.12.2021] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3528276>.
- [11] Bouyé, E.: *Portfolio Insurance: A Short Introduction*. [cit. 02.04.2022] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=1416790>.
- [12] Chicago Board Options Exchange [online]. *Cboe Volatility Index*. [cit. 08.02.2022] Dostupné na adrese: [https://cdn.cboe.com/api/global/us\\_indices/governance/VIX\\_Methodology.pdf](https://cdn.cboe.com/api/global/us_indices/governance/VIX_Methodology.pdf).
- [13] Chicago Board Options Exchange [online]. *Methodology of the CBOE S&P 500® PutWrite Index*. [cit. 18.04.2022] Dostupné na adrese: <https://cdn.cboe.com/resources/indices/documents/putwritemethodology.pdf>.
- [14] Cont, R., Tankov, P.: *Constant Proportion Portfolio Insurance in Presence of Jumps in Asset Prices*. Columbia University Center for Financial Engineering, Financial Engineering Report No. 2007-10. [cit. 12.04.2022] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=1021084>.
- [15] Československá obchodní banka, a. s. [online]. *ČSOB Portfolio Pro fondy od června*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://www.csob.cz/portal/-/tz120606>.
- [16] Demidova - Menzel, N., Heidorn, T.: Gold in the investment portfolio. *Frankfurt School - Working Paper Series*, no. 87, Frankfurt School of Finance & Management, Frankfurt a. M., 2007. [cit. 19.12.2021] Dostupné na adrese: <https://d-nb.info/990211703/34>.
- [17] Fama, E.F., French, K.R.: The cross-section of expected stock returns. *Journal of Finance*, 1992, pp. 427–466.

- [18] Federal Reserve Economic Data [online]. *3-Month Treasury Bill Secondary Market Rate*. [cit. 03.05.2022] Dostupné na adrese: <https://fred.stlouisfed.org/series/DTB3>.
- [19] Fidelity.com [online]. *ETFs 101*. [cit. 26.03.2022] Dostupné na adrese: <https://www.fidelity.com/learning-center/investment-products/etf/what-are-etfs>.
- [20] FTSE Russell [online]. *Russell U.S. Equity Indices*. [cit. 01.03.2022] Dostupné na adrese: <https://research.ftserussell.com/products/downloads/Russell-US-indexes.pdf>.
- [21] Geczy, C.C., Samonov, M.: Two Centuries of Price Return Momentum. *Financial Analysts Journal*, Jacobs Levy Equity Management Center for Quantitative Financial Research Paper, vol. 72, no. 5, 2016. [cit. 21.04.2022] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=2292544>.
- [22] Giot, P.: Relationships Between Implied Volatility Indexes and Stock Index Returns. *The Journal of Portfolio Management*, vol. 31, no. 3, 2005, pp. 92-100. [cit. 17.12.2021] Dostupné na adrese: <https://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.199.4665&rep=rep1&type=pdf>.
- [23] Goldhub [online]. *Gold spot prices*. [cit. 28.03.2022] Dostupné na adrese: <https://www.gold.org/goldhub/data/gold-prices>.
- [24] Harvey, C.R., Hoyle, E., Rattray, S., Sargaison, M., Taylor, D., van Hemert, O.: *The Best of Strategies for the Worst of Times: Can Portfolios be Crisis Proofed?*. [cit. 18.04.2022] Dostupné na adrese: <https://ssrn.com/abstract=3383173>.
- [25] Hurst, B.K., Johnson, B., Ooi, Y.H.: *Understanding Risk Parity*. AQR Capital Management. [cit. 18.04.2022] Dostupné na adrese: <https://www.aqr.com/Insights/Research/White-Papers/Understanding-Risk-Parity>.
- [26] IAD Investments, správ. spol., a. s. [online]. *Protected Equity 1*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://iad.sk/podielove-fondy/fond/protected-equity-1/>.

- [27] IAD Investments, správ. spol., a. s. [online]. *Protected Equity 2*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://iad.sk/podielove-fondy/fond/protected-equity-2/>.
- [28] Janková, K., Pázman, A.: *Pravdepodobnosť a štatistika*. Univerzita Komenského v Bratislave, 2019, ISBN 978-80-223-4593-4.
- [29] Jegadeesh, N.: Evidence of Predictable Behavior in Security Returns. *The Journal of Finance*, vol. 45, no. 3, 1990, pp. 881-898. [cit. 02.04.2022] Dostupné na adrese: <http://finance.martinsewell.com/stylized-facts/dependence/Jegadeesh1990.pdf>.
- [30] KBC Bank N.V. [online]. *Fund finder - KBC Banking & Insurance*. [cit. 30.04.2022] Dostupné na adrese: <https://www.kbc.be/retail/en/processes/investments/fund-finder.html?zone=topnav#>.
- [31] Lawrence, C.: *Why is Gold Different from Other Assets? An Empirical Investigation*. London, World Gold Council, 2003. [cit. 17.12.2021] Dostupné na adrese: [http://www.spdrgoldshares.com/media/GLD/file/colin\\_lawrence\\_report.pdf](http://www.spdrgoldshares.com/media/GLD/file/colin_lawrence_report.pdf).
- [32] Lehmann, B.N.: Fads, Martingales, and Market Efficiency. *The Quarterly Journal of Economics*, vol. 105, no. 1, 1990, pp. 1-28.
- [33] Le Sourd, V.: *Performance Measurement for Traditional Investment: Literature Survey*. EDHEC Risk and Asset Management Research Centre. [cit. 02.05.2022] Dostupné na adrese: [https://risk.edhec.edu/sites/risk/files/EDHEC\\_Publi\\_performance\\_measurement\\_for\\_traditional\\_investment.pdf](https://risk.edhec.edu/sites/risk/files/EDHEC_Publi_performance_measurement_for_traditional_investment.pdf).
- [34] Lintner, J.: The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets. *Review of Economics and Statistics*, vol. 47, no. 1, 1965, pp. 13-37.
- [35] Luenberger, D.G.: *Investment Science*. Oxford University Press, 2014, ISBN 0-19-974008-9.
- [36] MacKay, D.: *Information Theory, Inference and Learning Algorithms*. Cambridge University Press, 2003, pp. 284-292, ISBN 978-0-521-64298-9.

- [37] Maillard, S., Roncalli, T., Teiletche, J.: The Properties of Equally Weighted Risk Contribution Portfolios. *The Journal of Portfolio Management*, vol. 36, no. 4, 2010, pp. 60-70.
- [38] Markowitz, H.M.: Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, Vol. 7, No. 1, 1952, pp. 77–91.
- [39] Melicherčík, I., Olšarová, L., Úradníček, V.: *Kapitoly z finančnej matematiky*. EPOS, Bratislava, 2005, ISBN 80-8057-651-3.
- [40] Microsoft Corporation [online]. *Excel help & learning*. [cit. 05.01.2022] Dostupné na adrese: <https://support.microsoft.com/en-us/excel>.
- [41] Mossin, J.: Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, Vol. 34, No. 4, 1966, pp. 76-783.
- [42] Národná banka Slovenska [online]. *Štatistické a analytické prehľady - Podielové fondy*. [cit. 01.05.2022] Dostupné na adrese: <https://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje/financne-institucie/podielove-fondy/statisticke-a-analyticke-prehlady>.
- [43] Národná banka Slovenska [online]. *Štatistika poisťovní a penzijných fondov*. [cit.01.05.2022] Dostupné na adrese: <https://www.nbs.sk/sk/statisticke-udaje/financne-institucie/poistovne-a-penzijne-fondy/statistika-poistovni-a-penzijnych-fondov>.
- [44] Nasdaq Data Link [online]. *Treasury Yield Curve Rates*. [cit. 03.05.2022] Dostupné na adrese: <https://data.nasdaq.com/data/USTREASURY/YIELD-treasury-yield-curve-rates>.
- [45] Palomar, D.P., Vinicius, Z.: *riskParityPortfolio: Design of Risk Parity Portfolios*. R package version 0.2.2. [cit. 28.03.2022] Dostupné na adrese: <https://cran.r-project.org/package=riskParityPortfolio>.
- [46] Petitt, B.S.: *Fixed Income Analysis*. Fourth Edition, Wiley, 2019, ISBN 978-1-119-62728-9.

- [47] Piotroski, J.D.: Value Investing: The Use of Historical Financial Statement Information to Separate Winners from Losers. *Journal of Accounting Research*, vol. 38, 2000, pp. 1-41.
- [48] Quantpedia.com [online]. *Introduction to CPPI – Constant Proportion Portfolio Insurance*. [cit. 08.04.2022] Dostupné na adrese: <https://quantpedia.com/introduction-to-cppi-constant-proportion-portfolio-insurance/>.
- [49] Randall, D.: *U.S. bond investors worry deep slide will end 40-year bull market*. Reuters. [cit. 14.05.2022] Dostupné na adrese: <https://www.reuters.com/business/finance/us-bond-investors-worry-deep-slide-will-end-40-year-bull-market-2022-04-28/>.
- [50] R Core Team: *R: A language and environment for statistical computing*. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria, 2021. [cit. 05.01.2022] Dostupné na adrese: <https://www.R-project.org/>.
- [51] S&P Global [online]. *S&P U.S. Indices Methodology*. [cit. 08.02.2022] Dostupné na adrese: <https://www.spglobal.com/spdji/en/documents/methodologies/methodology-sp-us-indices.pdf>.
- [52] Sharpe, W.F.: Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, Vol. 19, No. 3, 1964, pp. 425-442.
- [53] Ulrich, J.: *quantmod: Quantitative Financial Modelling & Trading Framework for R*. R package version 0.4.18. [cit. 03.01.2022] Dostupné na adrese: <http://www.quantmod.com/>.
- [54] Wickham, H., et al.: Welcome to the tidyverse. *Journal of Open Source Software*, vol. 4, no. 43, 2019, pp. 1686. [cit. 03.05.2022] Dostupné na adrese: <https://doi.org/10.21105/joss.01686>.
- [55] Yahoo!Finance [online]. [cit. 02.05.2022] Dostupné na adrese: <https://finance.yahoo.com/>.

# Prílohy

## Príloha A

Programový kód tvorby a správy nástroja semibeta v softvéri R

```
### k spusteniu je potrebné mať nainštalovaný balík quantmod
library(quantmod)

## načítanie podkladových dát
load(url("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/denne_vynosy.Rdata"))
load(url("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/denne_vynosy_sandp.Rdata"))

## funkcie pre rátanie jednotlivých semibeta v zmysle teórie
# semibeta n (negative) - keď je záporný výnos aktíva aj indexu
sb_n <- function(x){
  a <- (x<0) * (trh_vynosy<0)
  x <- x[a>0]
  trh <- trh_vynosy[a>0]
  vystup <- (t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
  vystup
}

# semibeta p (positive) - keď je kladný výnos aktíva aj indexu
sb_p <- function(x){
  a <- (x>0) * (trh_vynosy>0)
  x <- x[a>0]
  trh <- trh_vynosy[a>0]
  vystup <- (t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
  vystup
}

# semibeta m minus (market-) - keď je kladný výnos aktíva a záporný indexu
sb_m_m <- function(x){
  a <- (x>0) * (trh_vynosy<0)
  x <- x[a>0]
  trh <- trh_vynosy[a>0]
  vystup <- -(t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
  vystup
}

# semibeta m plus (market+) - keď je kladný výnos indexu a záporný aktíva
sb_m_p <- function(x){
  a <- (x<0) * (trh_vynosy>0)
  x <- x[a>0]
  trh <- trh_vynosy[a>0]
  vystup <- -(t(x) %*% trh)/sum(trh_vynosy^2)
  vystup
}
```

```
## zdefinovanie sledovaných intervalov pre jednoduchšie rátanie semibiet
## a následné usporiadanie do decilov a prácu s nimi
```

```
mesiace <- c("2013-01","2013-02","2013-03","2013-04","2013-05","2013-06",
            "2013-07","2013-08","2013-09","2013-10","2013-11","2013-12",
            "2014-01","2014-02","2014-03","2014-04","2014-05","2014-06",
            "2014-07","2014-08","2014-09","2014-10","2014-11","2014-12",
            "2015-01","2015-02","2015-03","2015-04","2015-05","2015-06",
            "2015-07","2015-08","2015-09","2015-10","2015-11","2015-12",
            "2016-01","2016-02","2016-03","2016-04","2016-05","2016-06",
            "2016-07","2016-08","2016-09","2016-10","2016-11","2016-12",
            "2017-01","2017-02","2017-03","2017-04","2017-05","2017-06",
            "2017-07","2017-08","2017-09","2017-10","2017-11","2017-12",
            "2018-01","2018-02","2018-03","2018-04","2018-05","2018-06",
            "2018-07","2018-08","2018-09","2018-10","2018-11","2018-12",
            "2019-01","2019-02","2019-03","2019-04","2019-05","2019-06",
            "2019-07","2019-08","2019-09","2019-10","2019-11","2019-12",
            "2020-01","2020-02","2020-03","2020-04","2020-05","2020-06",
            "2020-07","2020-08","2020-09","2020-10","2020-11","2020-12",
            "2021-01","2021-02","2021-03","2021-04","2021-05","2021-06",
            "2021-07","2021-08","2021-09","2021-10","2021-11","2021-12")
```

```
intervaly <- c("2012","2012-02/2013-01","2012-03/2013-02","2012-04/2013-03",
            "2012-05/2013-04","2012-06/2013-05","2012-07/2013-06",
            "2012-08/2013-07","2012-09/2013-08","2012-10/2013-09",
            "2012-11/2013-10","2012-12/2013-11","2013","2013-02/2014-01",
            "2013-03/2014-02","2013-04/2014-03","2013-05/2014-04",
            "2013-06/2014-05","2013-07/2014-06","2013-08/2014-07",
            "2013-09/2014-08","2013-10/2014-09","2013-11/2014-10",
            "2013-12/2014-11","2014","2014-02/2015-01","2014-03/2015-02",
            "2014-04/2015-03","2014-05/2015-04","2014-06/2015-05",
            "2014-07/2015-06","2014-08/2015-07","2014-09/2015-08",
            "2014-10/2015-09","2014-11/2015-10","2014-12/2015-11",
            "2015","2015-02/2016-01","2015-03/2016-02","2015-04/2016-03",
            "2015-05/2016-04","2015-06/2016-05","2015-07/2016-06",
            "2015-08/2016-07","2015-09/2016-08","2015-10/2016-09",
            "2015-11/2016-10","2015-12/2016-11","2016","2016-02/2017-01",
            "2016-03/2017-02","2016-04/2017-03","2016-05/2017-04",
            "2016-06/2017-05","2016-07/2017-06","2016-08/2017-07",
            "2016-09/2017-08","2016-10/2017-09","2016-11/2017-10",
            "2016-12/2017-11","2017","2017-02/2018-01","2017-03/2018-02",
            "2017-04/2018-03","2017-05/2018-04","2017-06/2018-05",
            "2017-07/2018-06","2017-08/2018-07","2017-09/2018-08",
            "2017-10/2018-09","2017-11/2018-10","2017-12/2018-11",
            "2018","2018-02/2019-01","2018-03/2019-02","2018-04/2019-03",
            "2018-05/2019-04","2018-06/2019-05","2018-07/2019-06",
            "2018-08/2019-07","2018-09/2019-08","2018-10/2019-09",
            "2018-11/2019-10","2018-12/2019-11","2019","2019-02/2020-01",
            "2019-03/2020-02","2019-04/2020-03","2019-05/2020-04",
            "2019-06/2020-05","2019-07/2020-06","2019-08/2020-07",
            "2019-09/2020-08","2019-10/2020-09","2019-11/2020-10",
            "2019-12/2020-11","2020","2020-02/2021-01","2020-03/2021-02",
            "2020-04/2021-03","2020-05/2021-04","2020-06/2021-05",
```

```

"2020-07/2021-06", "2020-08/2021-07", "2020-09/2021-08",
"2020-10/2021-09", "2020-11/2021-10", "2020-12/2021-11")

# premenná pre ukladanie výnosov decilov podľa semibiet na konci cyklu
mesacne_vynosy_decilov <- data.frame()

## cyklus pre rávanie semibiet za sledované obdobie
for (j in 1:length(mesiace)) {

  # skrátenie intervalu na 1 rok
  vynosy <- denne_vynosy[intervaly[j]]
  trh_vynosy <- GSPC[intervaly[j]]

  # priradenie semibiet každej akcii
  semibeta_portfolio <- c()
  for (i in 1:(ncol(vynosy))) {
    semibeta <- t(c(sb_n(vynosy[,i]), sb_p(vynosy[,i]),
                  sb_m_m(vynosy[,i]), sb_m_p(vynosy[,i])))
    semibeta_portfolio <- rbind(semibeta_portfolio, semibeta)
  }

  # priradenie faktora od 1 do 10 podľa decilu z semibeta_n a semibeta_m_m
  semibeta_portfolio <- as.data.frame(semibeta_portfolio)
  semibeta_portfolio <- cbind(semibeta_portfolio, NA, NA)
  semibeta_portfolio[,5] <- with(semibeta_portfolio,
                                factor(findInterval(semibeta_portfolio[,1],
                                                      c(quantile(semibeta_portfolio[,1],
                                                                    probs = seq(0,1, by = 0.1))))))
  semibeta_portfolio[,6] <- with(semibeta_portfolio,
                                factor(findInterval(semibeta_portfolio[,3],
                                                      c(quantile(semibeta_portfolio[,3],
                                                                    probs = seq(0,1, by = 0.1))))))
  colnames(semibeta_portfolio) <- c("sb_negative", "sb_positive",
                                    "sb_market_minus", "sb_market_plus",
                                    "decile_1", "decile_2")
  prvy_decile_sb_n <- semibeta_portfolio[semibeta_portfolio$decile_1 == 1,]
  prvy_decile_sb_n <- prvy_decile_sb_n[,-c(2,3,4,6)]
  posledny_decile_sb_n <- semibeta_portfolio[semibeta_portfolio$
                                             decile_1 == 10,]
  posledny_decile_sb_n <- posledny_decile_sb_n[,-c(2,3,4,6)]
  prvy_decile_sb_m_m <- semibeta_portfolio[semibeta_portfolio$
                                             decile_2 == 1,]
  prvy_decile_sb_m_m <- prvy_decile_sb_m_m[,-c(1,2,4,5)]
  posledny_decile_sb_m_m <- semibeta_portfolio[semibeta_portfolio$
                                                decile_2 == 10,]
  posledny_decile_sb_m_m <- posledny_decile_sb_m_m[,-c(1,2,4,5)]

  # mesačné výnosy jednotlivých decilov
  mesacne_vynosy <- t(c(mean(colSums(denne_vynosy[mesiace[j],
                                     as.integer(rownames(prvy_decile_sb_n))],
                                     na.rm = TRUE)),
                       mean(colSums(denne_vynosy[mesiace[j],

```



```

        as.integer(rownames(posledny_decile_sb_n))),
        na.rm = TRUE)),
        mean(colSums(denne_vynosy[mesiace[j],
        as.integer(rownames(prvy_decile_sb_m_m))],
        na.rm = TRUE)),
        mean(colSums(denne_vynosy[mesiace[j],
        as.integer(rownames(posledny_decile_sb_m_m))],
        na.rm = TRUE))))
mesacne_vynosy_decilov <- rbind(mesacne_vynosy_decilov, mesacne_vynosy)
}
## priradenie názvov stĺpcov a riadkov do výslednej premennej
rownames(mesacne_vynosy_decilov) <- mesiace
colnames(mesacne_vynosy_decilov) <- c("Prvy decil semibeta_negative",
                                     "Desiaty decil semibeta_negative",
                                     "Prvy decil semibeta_market-",
                                     "Desiaty decil semibeta_market-")

## spready extrémnych decilov
spread_sb_n <- mesacne_vynosy_decilov[,1] - mesacne_vynosy_decilov[,2]
spread_sb_m_m <- mesacne_vynosy_decilov[,3] - mesacne_vynosy_decilov[,4]

## export výstupu pre ďalšie použitie
write.csv(cbind(spread_sb_n, spread_sb_m_m), file = "vystup_semibeta.csv")

```

## Príloha B

Programový kód tvorby a správy nástroja VIX beta v softvéri R

```
### k spusteniu je potrebné mať nainštalovaný balík quantmod
### a funkčné pripojenie k internetu
library(quantmod)

## načítanie podkladových dát
load(url("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/denne_vynosy.Rdata"))
load(url("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/denne_vynosy_sandp.Rdata"))

## stiahnutie hodnôt VIX
VIX <- getSymbols('^VIX', auto.assign = FALSE, from = "2012-01-01",
                 to = "2021-12-31", verbose = TRUE)
VIX <- Ad(VIX)
VIX <- dailyReturn(VIX)

## funkcie pre rátanie beta_VIX
# beta_VIX_m - výpočet smart bety aktíva, keď je záporný výnos VIXu
beta_VIX_m <- function(x){
  a <- (VIX_rocny < 0) * (!is.na(x))
  x <- x[a>0]
  y <- VIX_rocny[a>0]
  vystup <- cov(x, y)/var(y)
  vystup
}

# beta_VIX_p - výpočet smart bety aktíva, keď je kladný výnos VIXu
beta_VIX_p <- function(x){
  a <- (VIX_rocny > 0) * (!is.na(x))
  x <- x[a>0]
  y <- VIX_rocny[a>0]
  vystup <- cov(x, y)/var(y)
  vystup
}

## zadefinovanie sledovaných intervalov pre jednoduchšie rátanie VIX beta
## a následné usporiadanie do decilov a prácu s nimi
mesiace <- c("2013-01","2013-02","2013-03","2013-04","2013-05","2013-06",
             "2013-07","2013-08","2013-09","2013-10","2013-11","2013-12",
             "2014-01","2014-02","2014-03","2014-04","2014-05","2014-06",
             "2014-07","2014-08","2014-09","2014-10","2014-11","2014-12",
             "2015-01","2015-02","2015-03","2015-04","2015-05","2015-06",
             "2015-07","2015-08","2015-09","2015-10","2015-11","2015-12",
             "2016-01","2016-02","2016-03","2016-04","2016-05","2016-06",
             "2016-07","2016-08","2016-09","2016-10","2016-11","2016-12",
             "2017-01","2017-02","2017-03","2017-04","2017-05","2017-06",
             "2017-07","2017-08","2017-09","2017-10","2017-11","2017-12",
             "2018-01","2018-02","2018-03","2018-04","2018-05","2018-06",
             "2018-07","2018-08","2018-09","2018-10","2018-11","2018-12",
             "2019-01","2019-02","2019-03","2019-04","2019-05","2019-06",
```

```

"2019-07", "2019-08", "2019-09", "2019-10", "2019-11", "2019-12",
"2020-01", "2020-02", "2020-03", "2020-04", "2020-05", "2020-06",
"2020-07", "2020-08", "2020-09", "2020-10", "2020-11", "2020-12",
"2021-01", "2021-02", "2021-03", "2021-04", "2021-05", "2021-06",
"2021-07", "2021-08", "2021-09", "2021-10", "2021-11", "2021-12")
intervaly <- c("2012", "2012-02/2013-01", "2012-03/2013-02", "2012-04/2013-03",
"2012-05/2013-04", "2012-06/2013-05", "2012-07/2013-06",
"2012-08/2013-07", "2012-09/2013-08", "2012-10/2013-09",
"2012-11/2013-10", "2012-12/2013-11", "2013", "2013-02/2014-01",
"2013-03/2014-02", "2013-04/2014-03", "2013-05/2014-04",
"2013-06/2014-05", "2013-07/2014-06", "2013-08/2014-07",
"2013-09/2014-08", "2013-10/2014-09", "2013-11/2014-10",
"2013-12/2014-11", "2014", "2014-02/2015-01", "2014-03/2015-02",
"2014-04/2015-03", "2014-05/2015-04", "2014-06/2015-05",
"2014-07/2015-06", "2014-08/2015-07", "2014-09/2015-08",
"2014-10/2015-09", "2014-11/2015-10", "2014-12/2015-11",
"2015", "2015-02/2016-01", "2015-03/2016-02", "2015-04/2016-03",
"2015-05/2016-04", "2015-06/2016-05", "2015-07/2016-06",
"2015-08/2016-07", "2015-09/2016-08", "2015-10/2016-09",
"2015-11/2016-10", "2015-12/2016-11", "2016", "2016-02/2017-01",
"2016-03/2017-02", "2016-04/2017-03", "2016-05/2017-04",
"2016-06/2017-05", "2016-07/2017-06", "2016-08/2017-07",
"2016-09/2017-08", "2016-10/2017-09", "2016-11/2017-10",
"2016-12/2017-11", "2017", "2017-02/2018-01", "2017-03/2018-02",
"2017-04/2018-03", "2017-05/2018-04", "2017-06/2018-05",
"2017-07/2018-06", "2017-08/2018-07", "2017-09/2018-08",
"2017-10/2018-09", "2017-11/2018-10", "2017-12/2018-11",
"2018", "2018-02/2019-01", "2018-03/2019-02", "2018-04/2019-03",
"2018-05/2019-04", "2018-06/2019-05", "2018-07/2019-06",
"2018-08/2019-07", "2018-09/2019-08", "2018-10/2019-09",
"2018-11/2019-10", "2018-12/2019-11", "2019", "2019-02/2020-01",
"2019-03/2020-02", "2019-04/2020-03", "2019-05/2020-04",
"2019-06/2020-05", "2019-07/2020-06", "2019-08/2020-07",
"2019-09/2020-08", "2019-10/2020-09", "2019-11/2020-10",
"2019-12/2020-11", "2020", "2020-02/2021-01", "2020-03/2021-02",
"2020-04/2021-03", "2020-05/2021-04", "2020-06/2021-05",
"2020-07/2021-06", "2020-08/2021-07", "2020-09/2021-08",
"2020-10/2021-09", "2020-11/2021-10", "2020-12/2021-11")
# premenná pre ukladanie výnosov decilov podľa beta_VIX na konci cyklu
mesacne_vynosy_decilov <- data.frame()

## cyklus pre rátanie beta_VIX za sledované obdobie
for (j in 1:length(mesiace)) {

  # interval na 1 rok
  vynosy_rocne <- denne_vynosy[intervaly[j]]
  trh_rocny <- GSPC[intervaly[j]]
  VIX_rocny <- VIX[intervaly[j]]

  # priradenie beta_VIX každej akcii
  beta_vix_portfolio <- c()

```



```
                                "Prvy decil beta_vix+",  
                                "Posledny decil beta_vix+")  
## spready extrémnych decilov  
spread_bv_m <- mesacne_vynosy_decilov[,2] - mesacne_vynosy_decilov[,1]  
spread_bv_p <- mesacne_vynosy_decilov[,4] - mesacne_vynosy_decilov[,3]  
  
## export výstupu pre ďalšie použitie  
write.csv(spread_bv_p, file = "vystup_betaVIX_2.csv")
```

## Príloha C

Programový kód tvorby a správy risk parity portfólií v softvéri R

```
### k spusteniu je potrebné mať nainštalované balíky
### quantmod a riskParityPortfolio
### a prístup k internetu
library(quantmod)
library(riskParityPortfolio)
load(url("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/mesacne_vynosy_dlhopisy.Rdata"))
vstup_df <- data.frame(
  read.csv(file="https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/vystup_semibeta.csv"),
  read.csv(file="https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/vystup_betaVIX.csv"),
  read.csv(file="https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/mesacne_vynosy_factory.csv"),
  read.csv(file="https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/mesacne_vynosy_zlato.csv"),
  Bonds[,1],
  read.csv(file="https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/mesacne_vynosy_puts.csv"))
vstup_df <- vstup_df[,-c(1,4,6,10,13)]
colnames(vstup_df) <- c("sb_n", "sb_mm", "bv_p", "qmj", "mom", "fs_score",
  "gold", "bonds", "puts")

# zdefinovanie premenných pre ukladanie výnosu jednotlivých zhlukov
vynosy_clusterov <- data.frame(matrix(ncol = 4, nrow = nrow(vstup_df)))
colnames(vynosy_clusterov) <- c("cluster1", "cluster2", "cluster3", "cluster4")
rownames(vynosy_clusterov) <- rownames(vstup_df)

vynosy_clusterov_rpp <- data.frame(matrix(ncol = 2*ncol(vynosy_clusterov),
  nrow = nrow(vynosy_clusterov)))
colnames(vynosy_clusterov_rpp) <- c("cluster1erp", "cluster2erp", "cluster3erp",
  "cluster4erp", "cluster1ivp", "cluster2ivp",
  "cluster3ivp", "cluster4ivp")
rownames(vynosy_clusterov_rpp) <- rownames(vstup_df)

# zdefinovanie premenných pre sledovanie váh a relatívnych rizikových
# prínosov oboch portfólií
vahy_aktiv_erp <- data.frame(matrix(ncol = (ncol(vstup_df)),
  nrow = nrow(vstup_df)))
rownames(vahy_aktiv_erp) <- rownames(vstup_df)
vahy_aktiv_ivp <- vahy_aktiv_erp
risk_con_erp <- vahy_aktiv_erp
risk_con_ivp <- vahy_aktiv_erp

# for cyklus pre rátanie potrebných veličín v sledovanom období
for (j in 13:108) {
  krok <- (j-12):(j-1)
  # K-means clustering aktív
  scaled <- scale(t(vstup_df[krok,]))
  wss <- sapply(1:8, function(k){
    kmeans(scaled, k, nstart = 10, iter.max = 50)$tot.withinss})
  vektor <- kmeans(scaled, 4, iter.max = 100)$cluster
```

```

# vyrátanie výnosov clusterov
for (i in 1:4) {
  vynosy_clusterov[krok,i] <-
  rowSums(vstup_df[krok,(which(vektor == i)),
  drop = FALSE])/ length(which(vektor == i))
}

# risk parity portfóliá clusterov v danom mesiaci
covar_2 <- cov(vynosy_clusterov[krok,])
erp_2 <- riskParityPortfolio(covar_2)
ivp_2 <- riskParityPortfolio(covar_2, formulation = "diag")

# výnosy ERP a IVP portfólia za sledovaný mesiac a ich váhy
# a relatívne rizikové prínosy v portfóliu
for (i in 1:ncol(vynosy_clusterov)) {
  vynosy_clusterov_rpp[j,i] <- sum(vstup_df[j,(which(vektor == i)),
  drop = FALSE])/length(which(vektor == i)) * erp_2$w[i]
  vynosy_clusterov_rpp[j,i+ncol(vynosy_clusterov)] <- sum(
  vstup_df[j,(which(vektor == i)), drop = FALSE])/length(
  which(vektor == i)) * ivp_2$w[i]
  vahy_aktiv_erp[j,which(vektor == i)] <- erp_2$w[i]/length(
  which(vektor == i))
  vahy_aktiv_ivp[j,which(vektor == i)] <- ivp_2$w[i]/length(
  which(vektor == i))
  risk_con_erp[j,which(vektor == i)] <- erp_2$
  relative_risk_contribution[i]/length(which(vektor == i))
  risk_con_ivp[j,which(vektor == i)] <- ivp_2$
  relative_risk_contribution[i]/length(which(vektor == i))
}
}

# export výnosov portfólií za sledované mesiace
vystup_clustered_rpp <- data.frame(cbind(rowSums(vynosy_clusterov_rpp[,1:4]),
rowSums(vynosy_clusterov_rpp[,5:8])))
vystup_clustered_rpp <- cbind(rownames(vstup_df), vystup_clustered_rpp)
vystup_clustered_rpp <- vystup_clustered_rpp[13:nrow(vystup_clustered_rpp),]
colnames(vystup_clustered_rpp) <- c("date", "erp", "ivp")
save(vystup_clustered_rpp, file = "vystup_clustered_rpp.Rdata")

# export váh a relatívnych rizikových prínosov portfólií za sledované mesiace
vahy_aktiv_erp <- cbind(rownames(vstup_df[13:nrow(vahy_aktiv_erp),]),
vahy_aktiv_erp[13:nrow(vahy_aktiv_erp),])
colnames(vahy_aktiv_erp) <- c("date", colnames(vstup_df))
vahy_aktiv_ivp <- cbind(rownames(vstup_df[13:nrow(vahy_aktiv_ivp),]),
vahy_aktiv_ivp[13:nrow(vahy_aktiv_ivp),])
colnames(vahy_aktiv_ivp) <- colnames(vahy_aktiv_erp)
risk_con_erp <- cbind(rownames(vstup_df[13:nrow(risk_con_erp),]),
risk_con_erp[13:nrow(risk_con_erp),])
colnames(risk_con_erp) <- colnames(vahy_aktiv_erp)
risk_con_ivp <- cbind(rownames(vstup_df[13:nrow(risk_con_ivp),]),
risk_con_ivp[13:nrow(risk_con_ivp),])
colnames(risk_con_ivp) <- colnames(vahy_aktiv_erp)

```

```
save(vahy_aktiv_erp, file = "vystup_vahy_aktiv_erp.Rdata")
save(vahy_aktiv_ivp, file = "vystup_vahy_aktiv_ivp.Rdata")
save(risk_con_erp, file = "vystup_risk_con_erp.Rdata")
save(risk_con_ivp, file = "vystup_risk_con_ivp.Rdata")
```



## Príloha D

Programový kód tvorby a správy portfólia poisteného konštantným pomerom v softvéri R

```
### k spusteniu je potrebné mať nainštalovaný balík
### quantmod a prístup k internetu
library(quantmod)
# načítanie dát
load(url("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/
         mesacne_vynosy_sandp.Rdata"))
vynos_dlhopisy <- read.csv(
    "https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/yield_curve_clean.csv")
max_GSPC <- Ad(getSymbols("^GSPC", auto.assign = FALSE, from = "1990-01-01",
                        to = "2013-12-31"))
max_GSPC <- monthlyReturn(max_GSPC)
# 3M US Treasury na diskontovanie nominálnej hodnoty na floor
rf <- read.csv("https://www.st.fmph.uniba.sk/~vyboh6/
              mesacne_vynosy_us_treasury.csv")
rf <- rf[,2]
rf <- rf/100

# bezrizikové a rizikové výnosy
vynos_dlhopisy <- vynos_dlhopisy[,2]
vynos_akcie <- as.numeric(GSPC["2014/2021"])

# zadefinovanie premenných v zmysle teórie
nominal <- 1
value <- rep(0, 97)
value[1] <- nominal
t <- 96
floor <- rep(0, 97)
floor[1] <- nominal/(1+rf[1]/12)^t
cushion <- value[1] - floor
m <- -1/(as.numeric(quantile(max_GSPC, 1 - 0.995)))
risky <- rep(0,96)
nonrisky <- rep(0,96)
weights <- rep(0,96)

# použitie CPPI v rokoch 2014 az 2021
for (i in 1:96) {
  if (value[i] > floor[i]) {
    risky[i] <- m * cushion
    nonrisky[i] <- value[i] - risky[i]
    if (nonrisky[i] < 0) {
      risky[i] <- value[i]
      nonrisky[i] <- 0
    }
  } else {
    nonrisky[i] <- value[i]
    risky[i] <- 0
  }
  weights[i] <- risky[i]/(nonrisky[i]+risky[i])
}
```

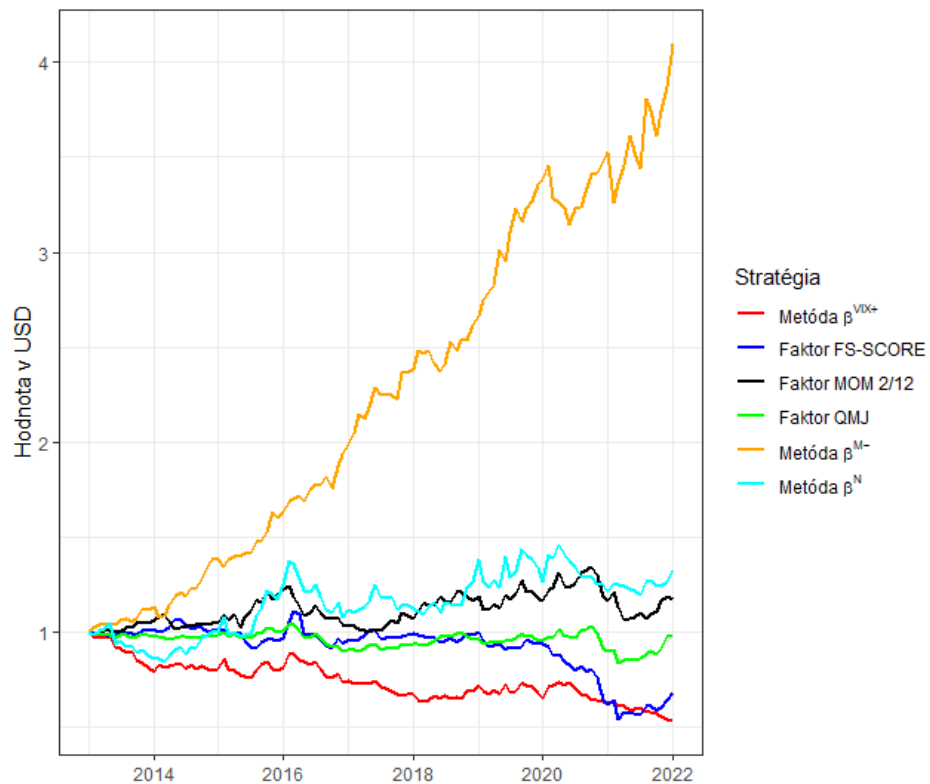
```
value[i+1] <- risky[i] * (1+vynos_akcie[i]) +
nonrisky[i] * (1+vynos_dlhopisy[i]/12)
floor[i+1] <- nominal / (1+rf[i+1]/12)^(t-i)
cushion <- value[i+1] - floor[i+1]
}

# vyrátanie mesačných výnosov CPPI portfólia za sledované obdobie
ret <- (1-weights) * vynos_dlhopisy/12 + weights * vynos_akcie

# export výsledkov pre ďalšie použitie
vystup_cpqi <- cbind(c(NA, weights), c(NA, ret), value)
colnames(vystup_cpqi) <- c("equity_exposure", "return", "value")
save(vystup_cpqi, file = "vystup_cpqi.Rdata")
```

## Príloha E

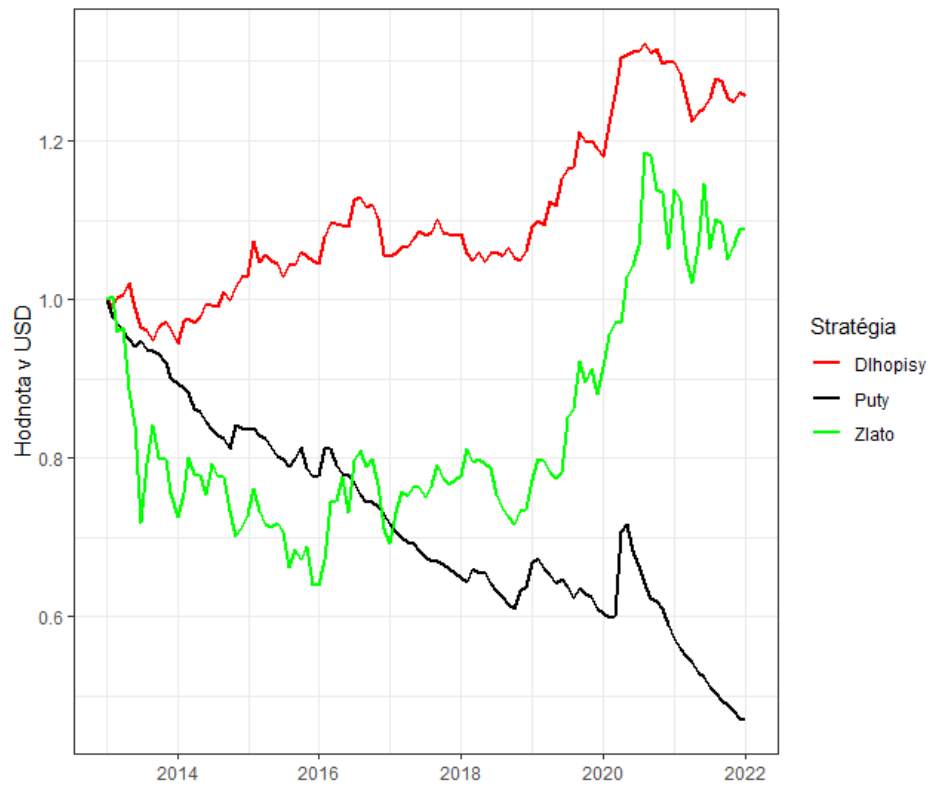
Vizualizácia vývoja hodnoty aktívne spravovaných nástrojov v rokoch 2014 až 2021



Obr. E.1: Vývoj hodnoty hypotetických jednotkových portfólií aktívne spravovaných nástrojov v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [1, 50, 54, 55])

## Príloha F

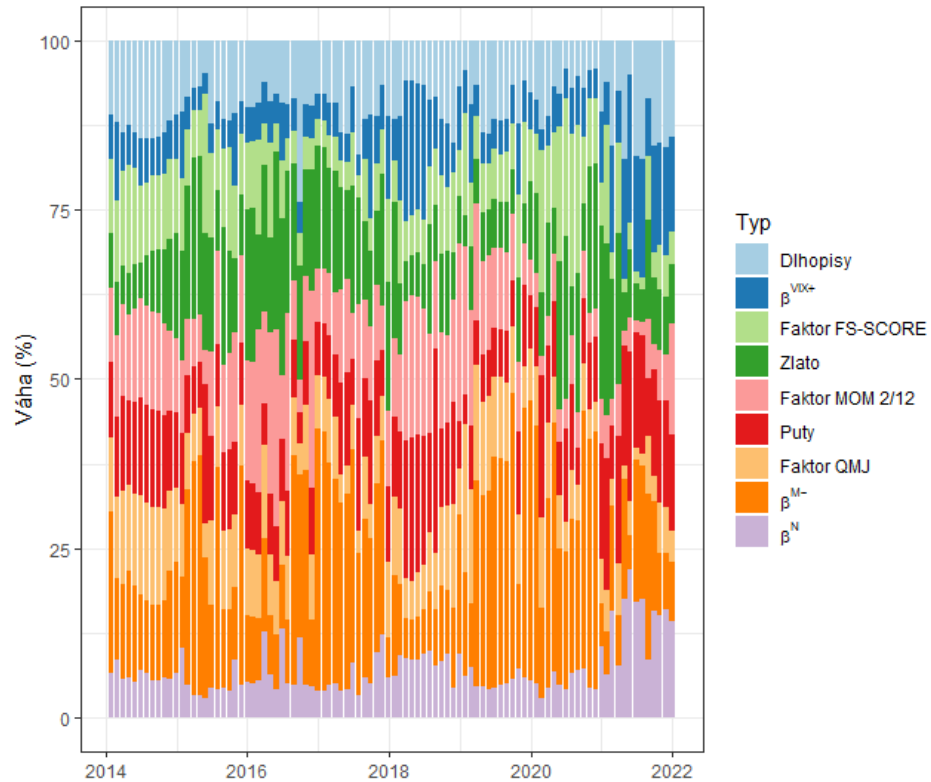
Vizualizácia vývoja hodnoty hypotetických jednotkových portfólií dlhopisov, zlata a krátkej pozície v PUT indexe v rokoch 2014 až 2021



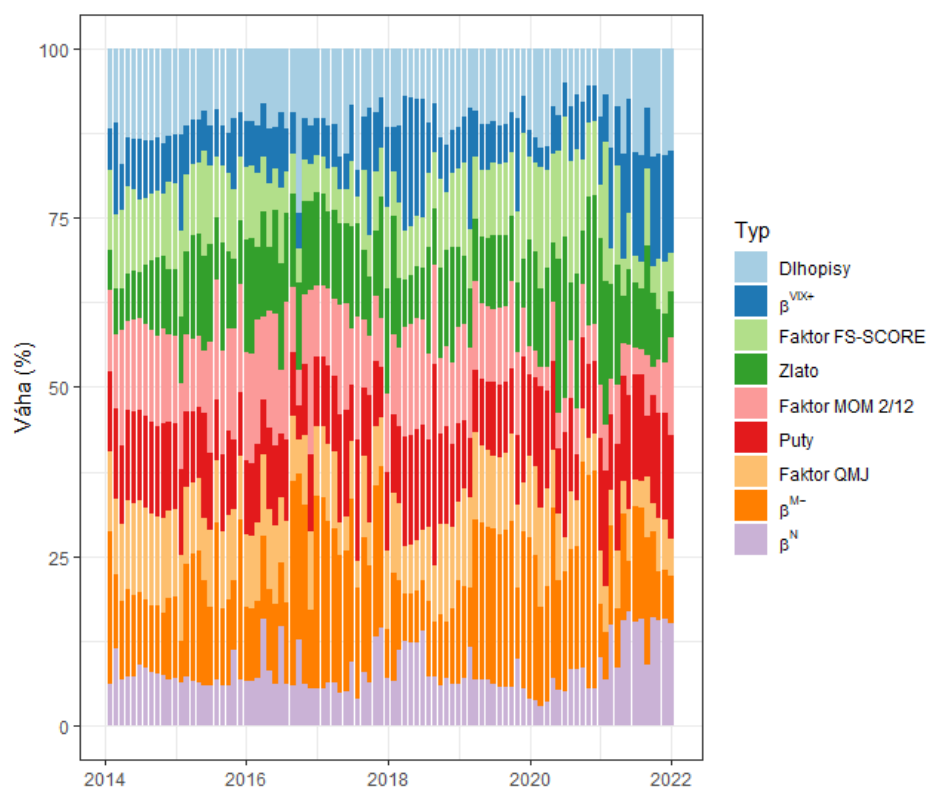
Obr. F.1: Vývoj hodnoty hypotetických jednotkových portfólií aktívne a pasívne spravovaných nástrojov v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [13, 23, 50, 55])

## Príloha G

Vizualizácia vývoja váh finančných nástrojov v rokoch 2014 až 2021 v poistných portfóliách pri použití stratégie rovnakého rizikového prínosu a stratégie inverznej volatility



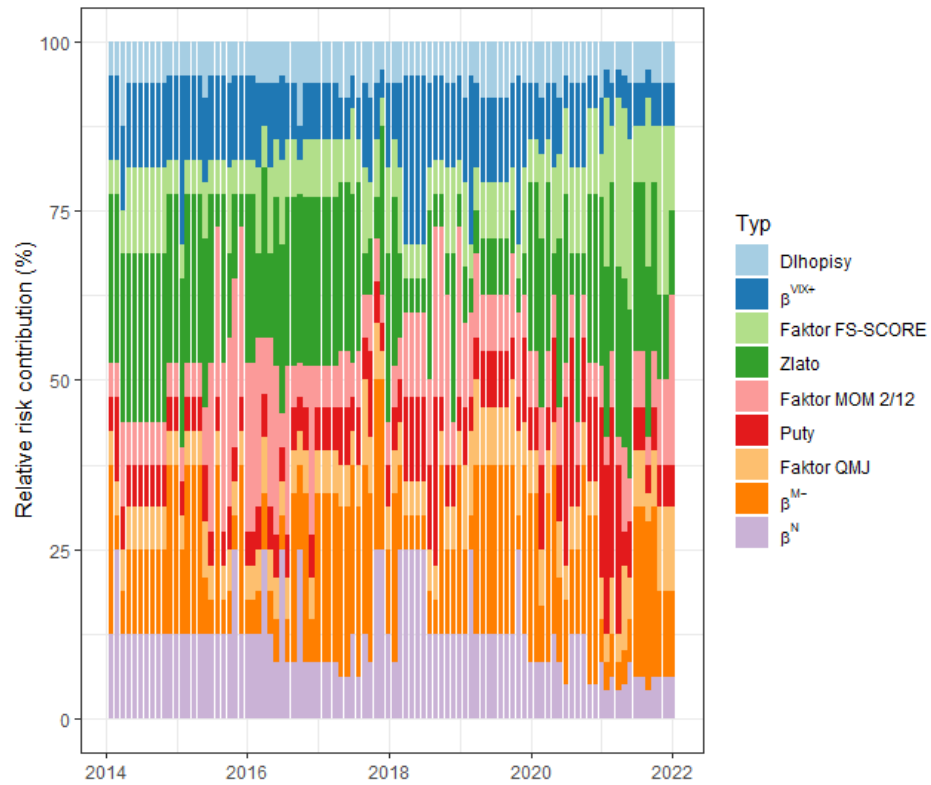
Obr. G.1: Váhy finančných nástrojov v poistnom portfóliu pri využití stratégie ERP v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [1, 50, 54, 55])



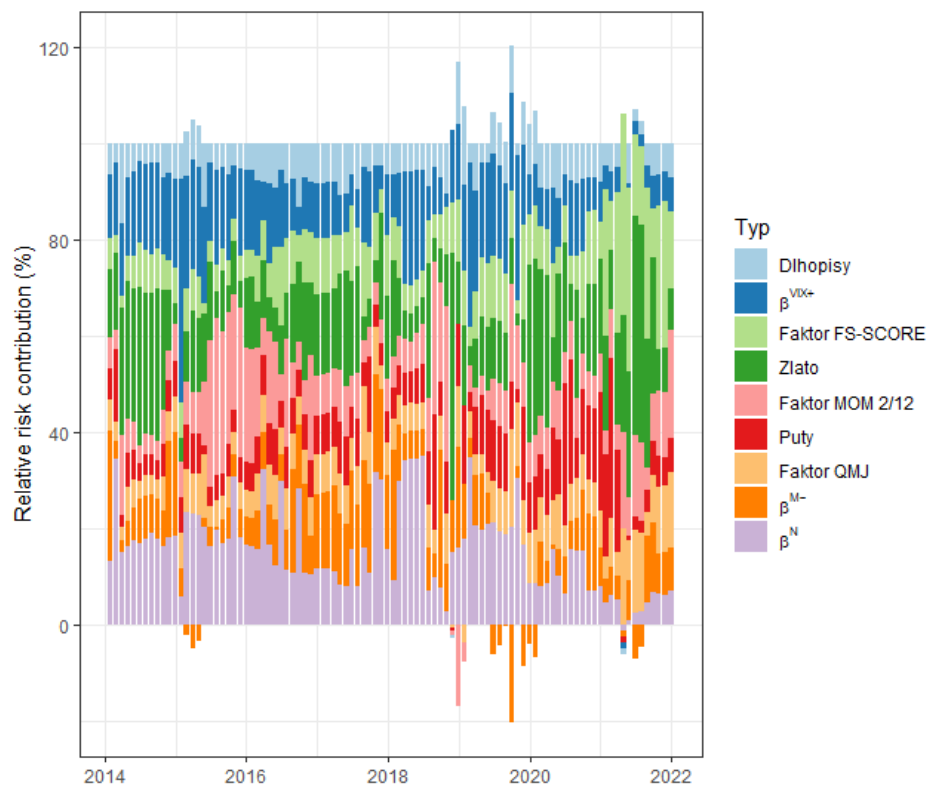
Obr. G.2: Váhy finančných nástrojov v poisťnom portfóliu pri využití stratégie IVP v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [1, 50, 54, 55])

## Príloha H

Vizualizácia vývoja relatívneho rizikového prínosu (RRC) finančných nástrojov v rokoch 2014 až 2021 v poisťných portfóliách pri použití stratégie rovnakého rizikového prínosu a stratégie inverznej volatility



Obr. H.1: RRC finančných nástrojov v poisťnom portfóliu pri využití stratégie ERP v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R [1, 50, 54, 55]*)

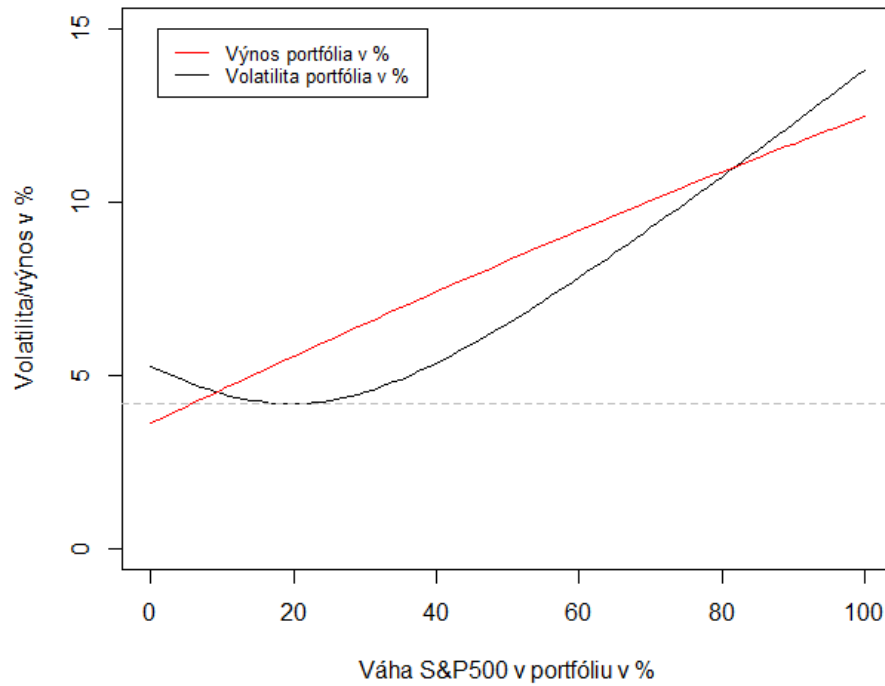


Obr. H.2: RRC finančných nástrojov v poistnom portfóliu pri využití stratégie IVP v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [1, 50, 54, 55])



## Príloha I

Vizualizácia vplyvu váhy trhového indexu S&P 500 na volatilitu a anualizovaný priemerný výnos, tabuľka veličín kľúčových expozícií a vývoj jednotkových portfólií portfólia S&P 500 + dlhopisy

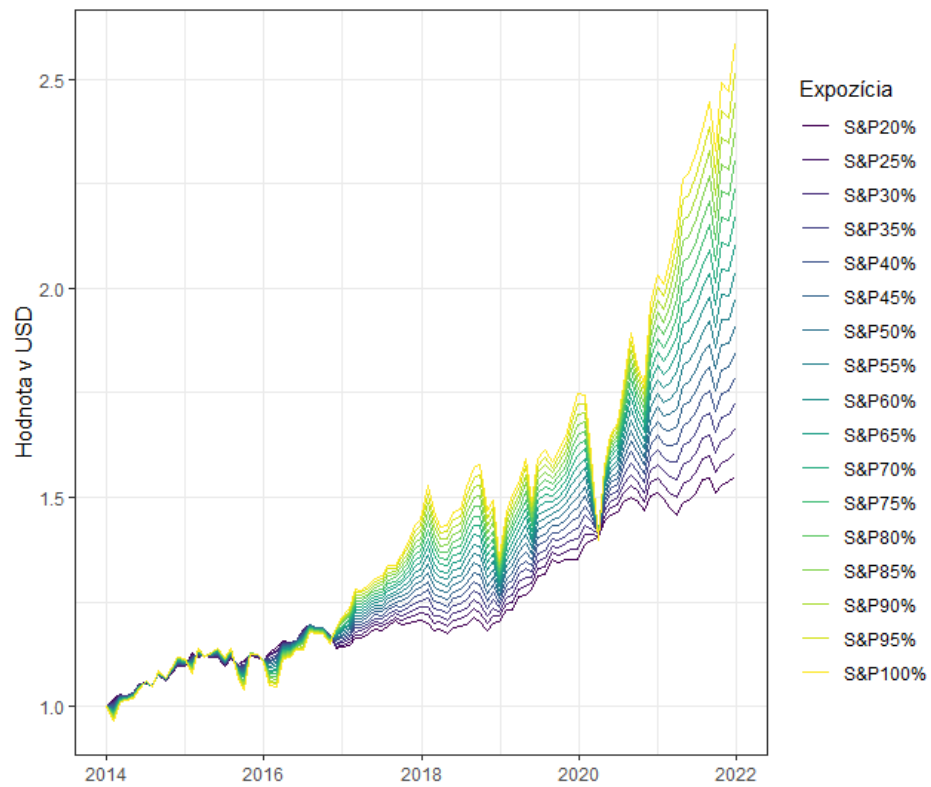


Obr. I.1: Vizualizácia vplyvu váhy trhového indexu S&P 500 na volatilitu a anualizovaný priemerný výnos portfólia S&P 500 + dlhopisy (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 55])

Tabuľka I.1: Tabuľka veličín portfólií S&P 500 + dlhopisy pri meniacej sa expozícii voči S&P 500

	$\bar{r}^-$	$\bar{r}^+$	$\sigma$	$\sigma_d$	$\lambda$	$\lambda_d$
20 %	0,65 %	8,07 %	4,18 %	2,19 %	0,38	0,73
25 %	-1,82 %	10,02 %	4,27 %	2,17 %	0,41	0,80
30 %	-4,24 %	11,99 %	4,51 %	2,26 %	0,41	0,82
35 %	-6,61 %	14,00 %	4,88 %	2,47 %	0,41	0,81
40 %	-8,92 %	16,05 %	5,35 %	2,77 %	0,40	0,77
45 %	-11,18 %	18,12 %	5,90 %	3,13 %	0,38	0,72
50 %	-13,38 %	20,23 %	6,50 %	3,54 %	0,37	0,68
55 %	-15,54 %	22,38 %	7,15 %	3,99 %	0,35	0,63
60 %	-17,65 %	24,56 %	7,83 %	4,45 %	0,34	0,60
65 %	-19,71 %	26,77 %	8,54 %	4,94 %	0,33	0,57
70 %	-21,72 %	29,03 %	9,26 %	5,44 %	0,32	0,54
75 %	-23,68 %	31,31 %	10,00 %	5,94 %	0,31	0,51
80 %	-25,60 %	33,64 %	10,75 %	6,46 %	0,30	0,49
85 %	-27,48 %	36,00 %	11,51 %	6,99 %	0,29	0,48
90 %	-29,31 %	38,40 %	12,27 %	7,52 %	0,28	0,46
95 %	-31,10 %	40,84 %	13,05 %	8,05 %	0,27	0,45
100 %	-32,85 %	43,32 %	13,82 %	8,59 %	0,27	0,43

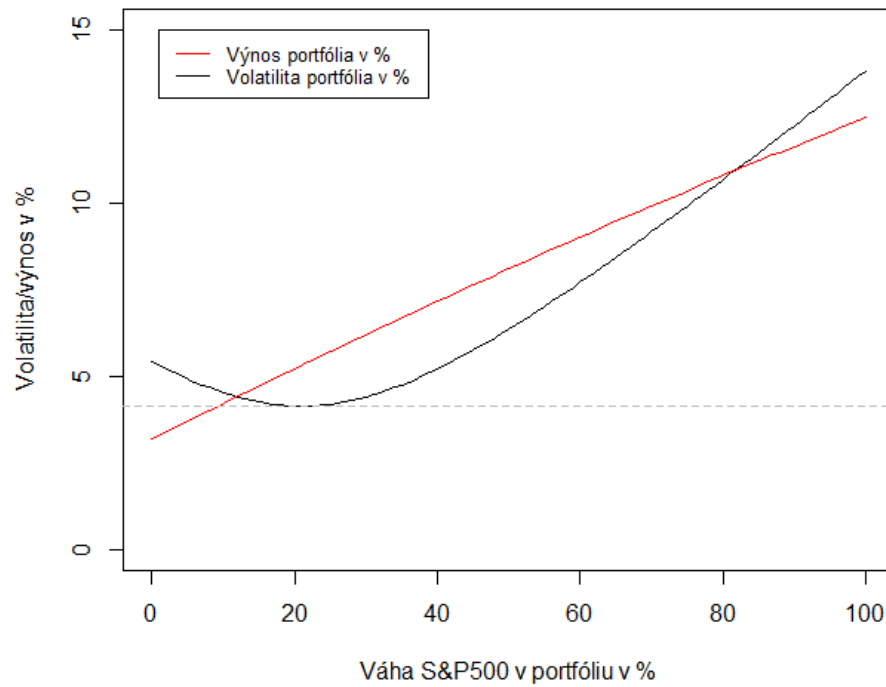
(zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50, 55])



Obr. I.2: Vizualizácia vývoja jednotkových portfólií pri variabilnej expozícii voči S&P 500 počas rokov 2014 až 2021 portfólia S&P 500 + dlhopisy (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 54, 55])

## Príloha J

Vizualizácia vplyvu váhy trhového indexu S&P 500 na volatilitu a anualizovaný priemerný výnos, tabuľka veličín kľúčových expozícií a vývoj jednotkových portfólií portfólia S&P 500 + ERP

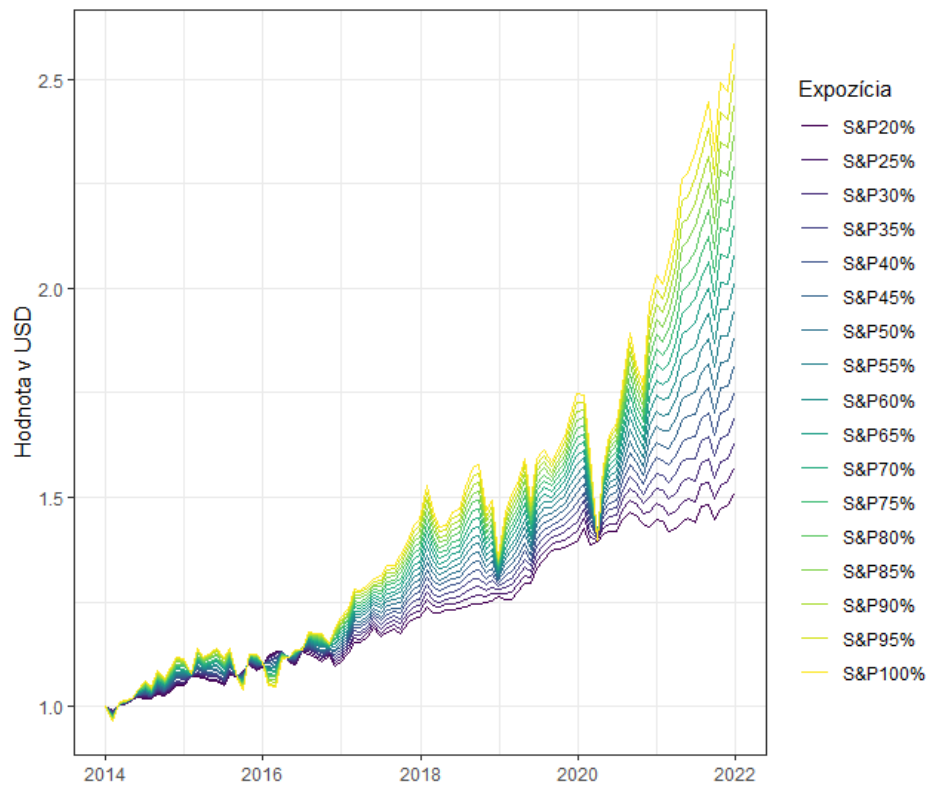


Obr. J.1: Vizualizácia vplyvu váhy trhového indexu S&P 500 na volatilitu a anualizovaný priemerný výnos portfólia S&P 500 + ERP (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50])

Tabuľka J.1: Tabuľka veličín portfólií S&P 500 + ERP pri meniacej sa expozícii voči S&P 500

	$\bar{r}^-$	$\bar{r}^+$	$\sigma$	$\sigma_d$	$\lambda$	$\lambda_d$
20 %	0,79 %	7,50 %	4,14 %	2,25 %	0,36	0,67
25 %	-1,70 %	9,47 %	4,19 %	2,24 %	0,39	0,73
30 %	-4,13 %	11,48 %	4,40 %	2,36 %	0,41	0,76
35 %	-6,50 %	13,52 %	4,75 %	2,58 %	0,41	0,75
40 %	-8,82 %	15,59 %	5,21 %	2,88 %	0,40	0,72
45 %	-11,09 %	17,70 %	5,76 %	3,24 %	0,38	0,68
50 %	-13,31 %	19,84 %	6,37 %	3,64 %	0,37	0,64
55 %	-15,47 %	22,02 %	7,02 %	4,07 %	0,35	0,61
60 %	-17,59 %	24,23 %	7,71 %	4,53 %	0,34	0,58
65 %	-19,66 %	26,49 %	8,43 %	5,01 %	0,33	0,55
70 %	-21,68 %	28,77 %	9,17 %	5,50 %	0,32	0,53
75 %	-23,65 %	31,10 %	9,92 %	6,00 %	0,31	0,50
80 %	-25,58 %	33,47 %	10,68 %	6,51 %	0,30	0,49
85 %	-27,46 %	35,87 %	11,46 %	7,02 %	0,29	0,47
90 %	-29,30 %	38,31 %	12,24 %	7,54 %	0,28	0,46
95 %	-31,09 %	40,80 %	13,03 %	8,06 %	0,27	0,44
100 %	-32,85 %	43,32 %	13,82 %	8,59 %	0,27	0,43

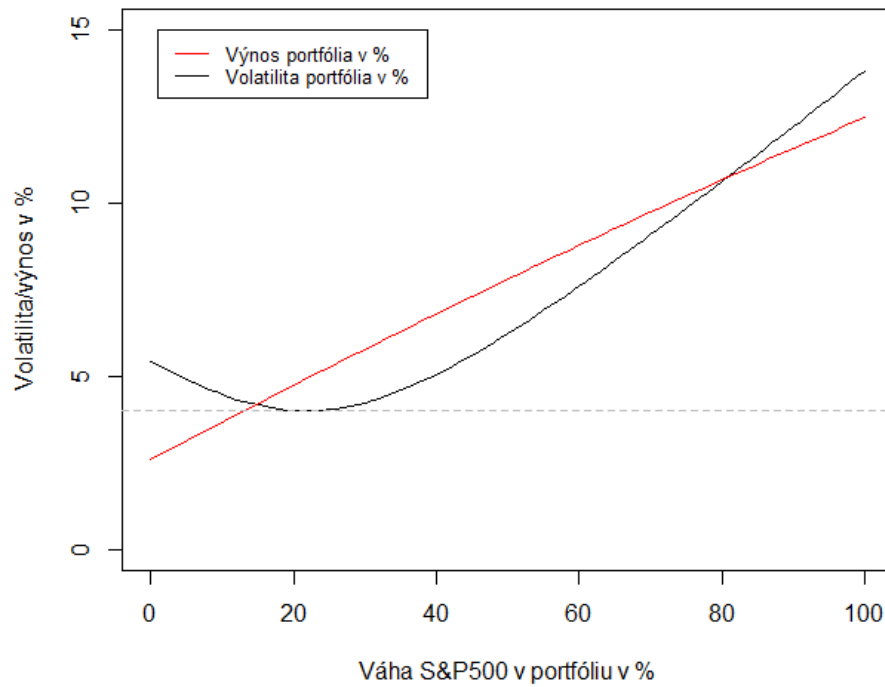
(zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50])



Obr. J.2: Vizualizácia vývoja jednotkových portfólií pri variabilnej expozícii voči S&P 500 počas rokov 2014 až 2021 portfólia S&P 500 + ERP (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50, 54])

## Príloha K

Vizualizácia vplyvu váhy trhového indexu S&P 500 na volatilitu a anualizovaný priemerný výnos, tabuľka veličín kľúčových expozícií a vývoj jednotkových portfólií portfólia S&P 500 + IVP



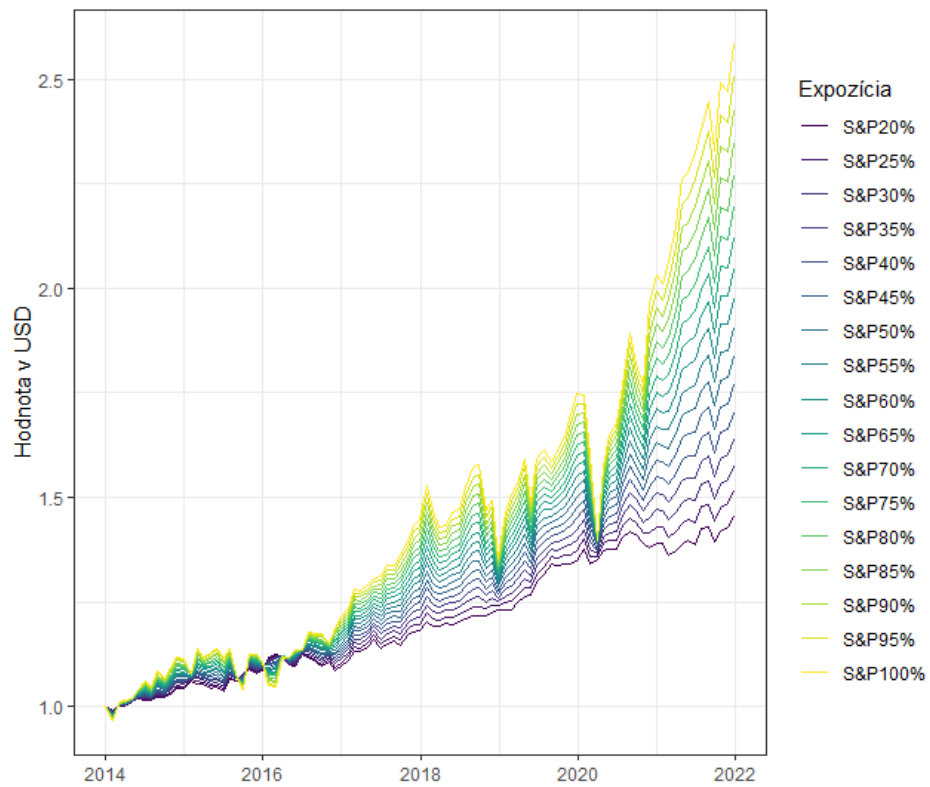
Obr. K.1: Vizualizácia vplyvu váhy trhového indexu S&P 500 na volatilitu a anualizovaný priemerný výnos portfólia S&P 500 + IVP (zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50])

Tabuľka K.1: Tabuľka veličín portfólií S&P 500 + IVP pri meniacej sa expozícii voči S&P 500

	$\bar{r}^-$	$\bar{r}^+$	$\sigma$	$\sigma_d$	$\lambda$	$\lambda_d$
20 %	1,35 %	6,51 %	4,01 %	2,26 %	0,34	0,61
25 %	-1,18 %	8,53 %	4,04 %	2,23 %	0,38	0,68
30 %	-3,66 %	10,58 %	4,24 %	2,32 %	0,39	0,72
35 %	-6,08 %	12,67 %	4,59 %	2,53 %	0,40	0,72
40 %	-8,44 %	14,80 %	5,05 %	2,82 %	0,39	0,70
45 %	-10,75 %	16,96 %	5,61 %	3,17 %	0,38	0,66
50 %	-13,00 %	19,16 %	6,23 %	3,57 %	0,36	0,63
55 %	-15,20 %	21,39 %	6,90 %	4,00 %	0,35	0,60
60 %	-17,36 %	23,67 %	7,61 %	4,47 %	0,33	0,57
65 %	-19,46 %	25,98 %	8,34 %	4,95 %	0,32	0,54
70 %	-21,51 %	28,34 %	9,09 %	5,44 %	0,31	0,52
75 %	-23,51 %	30,73 %	9,85 %	5,95 %	0,30	0,50
80 %	-25,47 %	33,16 %	10,63 %	6,47 %	0,29	0,48
85 %	-27,38 %	35,64 %	11,42 %	6,99 %	0,29	0,47
90 %	-29,25 %	38,16 %	12,22 %	7,52 %	0,28	0,46
95 %	-31,07 %	40,72 %	13,02 %	8,05 %	0,27	0,44
100 %	-32,85 %	43,32 %	13,82 %	8,59 %	0,27	0,43

(zdroj: vlastné spracovanie v softvéri R [50])

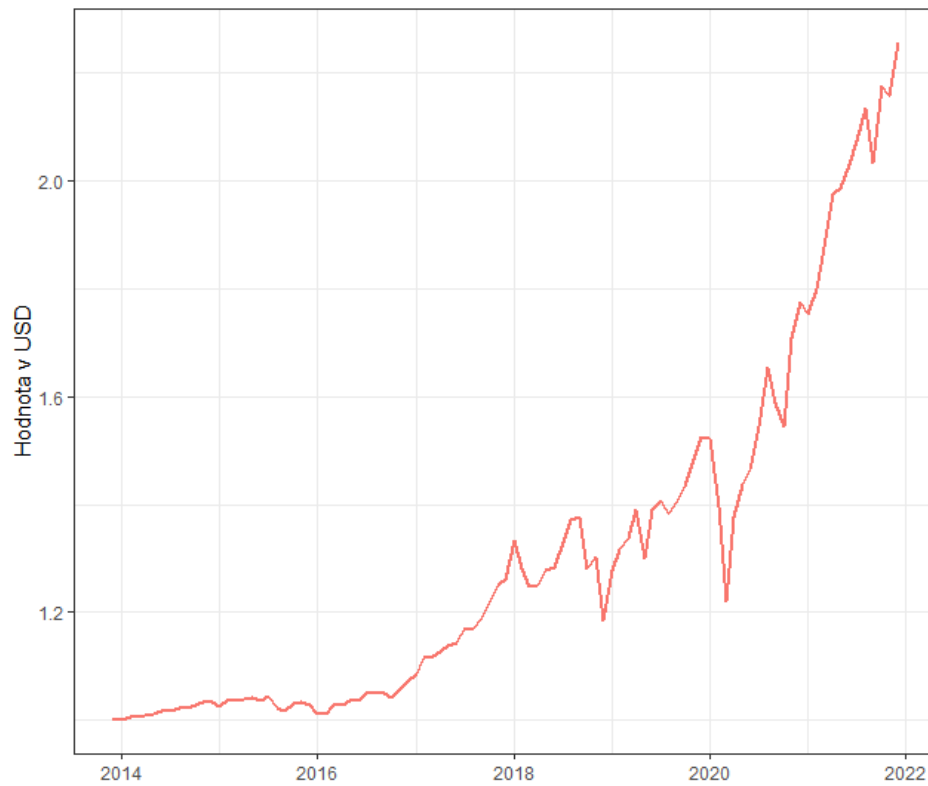




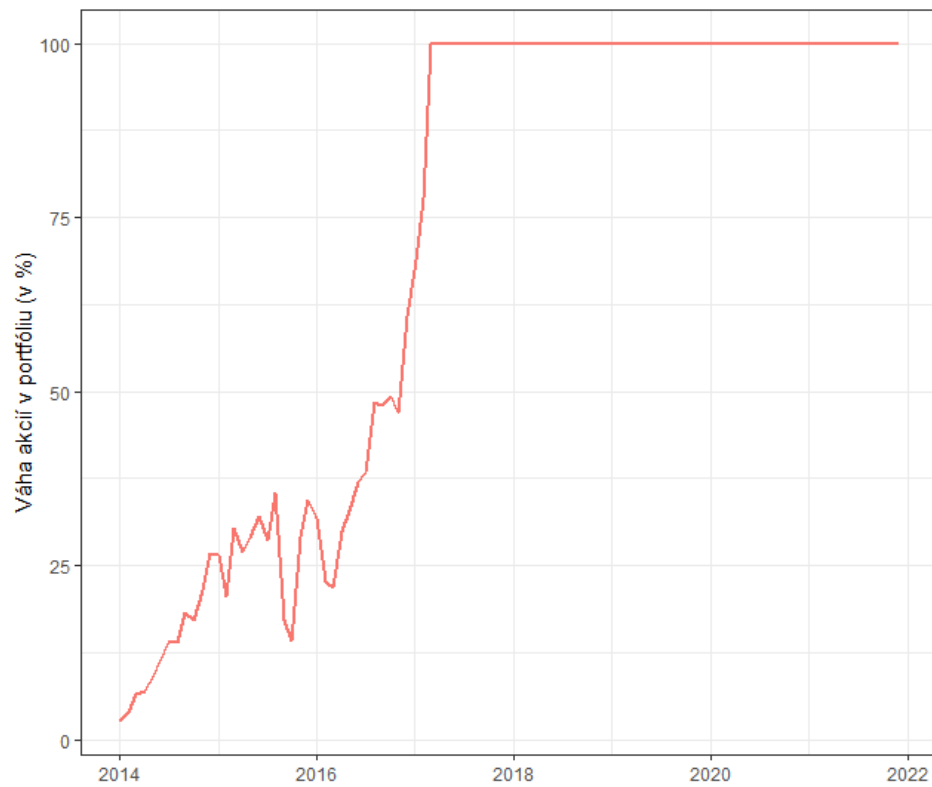
Obr. K.2: Vizualizácia vývoja jednotkových portfólií pri variabilnej expozičii voči S&P 500 počas rokov 2014 až 2021 portfólia S&P 500 + IVP (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 54])

## Príloha L

Vizualizácia vývoja hodnoty jednotkového portfólia v rokoch 2014 až 2021 zostaveného použitím metódy CPPI a vizualizácia vývoja expozície voči S&P 500 v tomto portfóliu



Obr. L.1: Vývoj hodnoty jednotkového portfólia v rokoch 2014 až 2021 zostaveného použitím metódy CPPI (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 54])



Obr. L.2: Vývoj expozície voči S&P 500 v portfóliu zostaveného použitím metódy CPPI v rokoch 2014 až 2021 (zdroj: *vlastné spracovanie v softvéri R* [50, 54])